

EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE LOKALNIH I LINIJSKIH KOEFICIJENATA GUBITAKA U CIJEVNOM SUSTAVU POD TLAKOM

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF FRICTION AND RESISTENCE COEFFICIENTS IN PIPE SYSTEM UNDER PRESSURE

Anel Karabegović*, Elvis Žic*, Ignacijo Biluš, Aljaz Škerlavaj*****

Sažetak

U radu je provedeno eksperimentalno određivanje linijskih i lokalnih gubitaka, odnosno koeficijenta linijskih i lokalnih gubitaka na nekoliko karakterističnih fazonskih komada unutar cijevnog sustava pod tlakom. U svrhu izračuna navedenih koeficijenta, dane su mjerodavne formulacije za njihovo određivanje. U sklopu rada na fizikalnom modelu GUNT HM 150 u sklopu Praktikuma hidrotehničkog laboratorija Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, provedena su tri osnovna eksperimentalna mjerenja: proračun određivanja lokalnih gubitaka na cijevnom koljenu (pod kutom od 45° i 90°), hidraulička analiza uslijed promjene poprečnog presjeka cijevi (postepeno suženje i proširenje cijevi) te hidraulička analiza uslijed grananja cijevne dionice (račvasti dio cijevnog sustava). Na kraju rada dani su zaključci koji proizlaze iz provedenih eksperimentalnih pokusa, kao i smjernice za buduća dodatna ispitivanja lokalnih i linijskih gubitaka na danom fizikalnom modelu.

Ključne riječi: *sustav pod tlakom, lokalni i linijski gubici, lokalni i linijski koeficijenti gubitaka, fizikalni model, hidraulička analiza, turbulentni i laminarni režim tečenja*

Abstract

In this paper experimental investigation of major and minor hydraulic losses, ie the friction and resistant coefficients was performed on several characteristic fittings

* Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: anel.karabegovic@student.uniri.hr; elvis.zic@uniri.hr

** Institut za energetsko, procesno i okolišno inženjerstvo, Tehnički fakultet Sveučilišta u Mariboru, Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, E-mail: ignacijo.bilus@um.si

*** Kolektor Turboinštitut d.o.o., Rovnsnikova 7, 1000 Ljubljana
E-mail: aljaz.skerlavaj@kolektor.com

within the pressurized pipe system. For the purpose of calculating these coefficients, relevant formulas have been given for their determination. Within the work on the physical model GUNT HM 150 as a part of the Practicum Hydro-technical laboratory of the Faculty of Civil Engineering in Rijeka, three basic experimental measurements were conducted: calculation for defining minor hydraulic losses on the pipe joint (under an angle of 45° and 90°), hydraulic analysis from the changes of the cross section of the pipe (gradual narrowing and widening of the pipes), and hydraulic analysis from the branching of the pipe legs (branched part of the pipe system). At the end of the paper, conclusions were given based on the conducted experimental tests, as well as guidelines for future additional tests of minor and major hydraulic losses on the given physical model.

Key words: *system under pressure, minor and major hydraulic losses, friction and resistance coefficients, physical model, hydraulic analysis, turbulent and laminar flow regime*

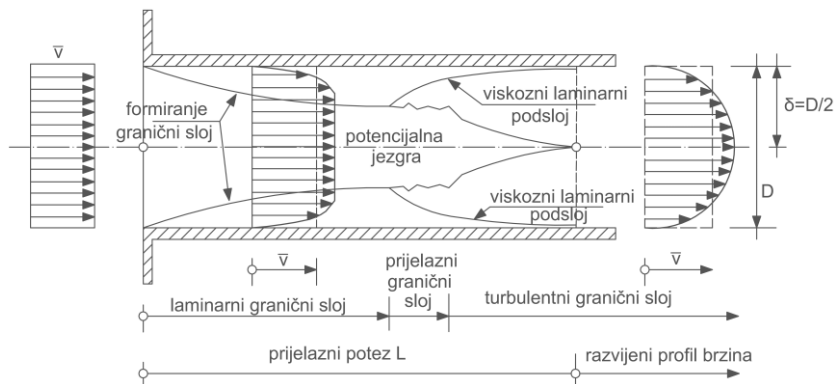
1. Uvodno

Jedan od izazova za građevinske inženjere je projektiranje sustava u kojem je tekućina u cijevi pod tlakom. Vodoopskrbni, plinski, sanitarni i oborinski kanalizacijski sustavi dio su važne infrastrukture u svakome gradu, a vrlo složeni sustavi nalaze se u elektranama, rafinerijama i drugim proizvodnim okruženjima. Izučavanje cijevnih sustava i gubitaka energije u njima od velike je praktične važnosti u mnogim područjima inženjerstva [1, 2]. Za razliku od idealne ili neviskozne tekućine ($\nu=0$), kod viskozne tekućine ($\nu\neq 0$) se javljaju otpori uslijed strujanja pa se mehanička energija stalno umanjuje uzduž toka, tj. disipira. Zbog toga se, naravno, povećava unutrašnja energija (toplinska energija), tako da je opći zakon održanja energije očuvan. Budući da je porast unutrašnje energije uslijed rada sila otpora ireverzibilan, slijedi da se pri strujanju viskozne tekućine entropija tog termodinamičkog sustava povećava [2]. Zbog povećanja unutarnje energije uslijed rada okoline na termodinamičkom sustavu, treba proučiti interakciju mehaničkog sustava s okolinom, to jest za određivanje veličine disipacije mehaničke energije treba proučiti prirodu otpora u strujanju

2. Hidrodinamički otpori u cijevi

Postoji sličnost između razvoja graničnog sloja na ravnoj ploči i razvoja graničnog sloja u cijevima kružnog poprečnog presjeka. Granični sloj se počinje razvijati uz stjenku od početka cijevi promjera D (Slika 1.). Područje neporemećenog toka (potencijalna jezgra) postaje sve manje. Na udaljenosti L od početka cijevi granični sloj je u potpunosti razvijen s debljinom $\delta = D/2$. Režim daljnjeg strujanja u cijevi određen je vrstom graničnog sloja u trenutku spajanja, tj. strujanje može biti laminarno,

prijelazno ili turbulentno [2, 3, 4]. Dužina prijelaznog područja L , ovisna o Reynoldsovom broju $Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$, nije stabilna jer ovisi o intenzitetu turbulencije u dolaznom toku.



Slika 1. Razvoj graničnog sloja u cijevima [2]

Mjerenja Kristena [2] pokazuju da se u turbulentnom strujanju dužina prijelaza kreće od 50 do $100D$, dok se prema mjerenjima Nikuradzea [2, 6] ona kreće od 25 do $40D$ (cijevi umjetno ohrapavljene zrcima pijeska). Uspoređujući Darcy-Weisbachov izraz za gradijent linije energije J_e i gradijent piezometarske linije J prema Hagen-Poiseuilleovom zakonu [4] ($J_e = J$):

$$\frac{\lambda \bar{v}^2}{D 2g} = \frac{32\nu}{gD^2} \bar{v} \quad (1)$$

dobije se vrijednost koeficijenta otpora tečenju u laminarnom strujanju $\lambda = \frac{64}{Re}$, gdje je Reynoldsov broj određen preko izraza $Re = \frac{\bar{v}D}{\nu}$. Oznaka ν predstavlja kinematičku viskoznost tekućine, dok je \bar{v} srednja profilska brzina i g ubrzanje sile teže. Unutar turbulentnog graničnog sloja postoji turbulentna jezgra u kojoj sile inercije turbulentnih virova nadvladavaju sile viskoznosti. Posmična naprezanja, tj. sile trenja opisane su koeficijentom turbulentne (prividne) viskoznosti.

Važnu ulogu pri formiranju graničnih slojeva igra hrapavost stjenke po kojoj tekućina struji. Prirodna hrapavost razlikuje se od jednolike zrnate, no može se razmatrati ekvivalentna hidraulička hrapavost (označava se s k ili ε) koja će dati iste otpore kao i jednolika zrnata hrapavost [4, 5]. Dio tekućine između zrnaca hrapavosti praktično miruje, dok glavina toka "klizi" iznad tako formiranog sloja. U turbulentnom graničnom sloju fizikalna hrapavost može biti takva da je k manji od debljine viskoznog podsloja, koji se glede miješanja tekućine ponaša kao laminarni sloj. Tada

kažemo da je to hidrodinamički glatka površina koja se pri turbulentno glatkom strujanju u cijevima pod tlakom opisuje Prandtlovim zakonom [2]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (2)$$

Kada je veličina fizikalne hrapavosti takva da je veća ili jednaka debljini viskoznog podsloja, turbulentni virovi/vrtlozi se tada stvaraju na visini zrnaca hrapavosti. Sile otpora ovise o dominantnom utjecaju turbulentnog trenja, a sile viskoznosti su praktički zanemarive, tj. veličina otpora ovisi isključivo o veličini relativne hrapavosti k/D . Turbulentno hrapavo strujanje se aproksimira Prandtl-Karmanovim izrazom [2]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \log \frac{k}{D}. \quad (3)$$

Između ovih ekstremnih slučajeva postoji prijelazno područje koje se zove turbulentno prijelazno strujanje i ovisi o Reynoldsovom broju Re i o relativnoj hrapavosti k/D . Prvi dijagram koji je obuhvaćao sve zakonitosti otpora strujanja u cijevima izradio je Nikuradze [4]. Sintezu Nikuradzeovih pokusa i mjerenja otpora strujanju u tehničkim cijevima izveli su Colebrook-White obradom turbulentno prijelaznog područja, a izraz glasi [4]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2 \log \left(\frac{k}{D} + \frac{9,35}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad (4)$$

Eksplicitnu formulu izračunavanja koeficijenta otpora tečenju izradio je Moody s točnošću $\pm 5\%$ u odnosu na Colebrook-Whiteovu formulu [4]:

$$\lambda = 0.055 \left[1 + \left(20000 \frac{k}{D} + \frac{10^6}{Re} \right) \right] \quad (5)$$

koja vrijedi u rasponu Reynoldsovih brojeva i relativne hrapavosti $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^7$, $\frac{k}{D} \leq 0.01$. Rezultati svih istraživanja danas se prikazuju u obliku Moodyjevog dijagrama koji je konstruiran na osnovi Colebrook-Whiteove formule za turbulentno i Hagen-Poiseuilleovog zakona za laminarno strujanje u cijevima.

3. Proračun strujanja u cjevovodima

Dinamička jednadžba za strujanje realne tekućine u cijevima može se integrirati između dviju točaka na osi strujanja (Slika 2.):

$$\int_1^2 \frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g} \right) dl + \int_1^2 \frac{\lambda}{D} \frac{v^2}{2g} dl = 0 \quad (6)$$

gdje je srednja profilska brzina $v = Q/A$ napisana bez oznake osrednjenja, dok je α Coriolisov koeficijent ili koeficijent kinetičke energije. Nakon integracije prvog integrala i sređivanja dobije se:

$$\left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g}\right)_1 = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g}\right)_2 + \int_1^2 \frac{\lambda}{D} \frac{v^2}{2g} dl \quad (7)$$

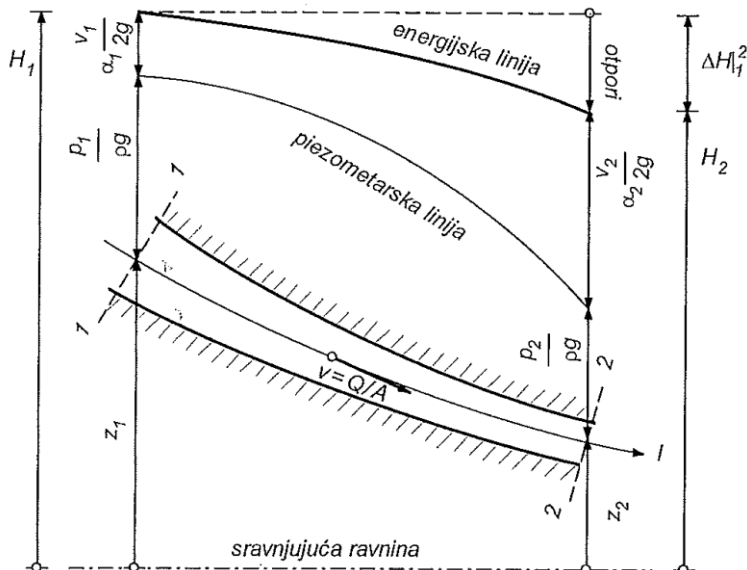
Naznačeni integral u jednadžbi (7) je ukupni gubitak energetske visine na promatranom potezu:

$$\Delta H|_1^2 = \int_1^2 \frac{\lambda}{D} \frac{v^2}{2g} dl \quad (8)$$

tako da se jednadžba (7) može pisati u sljedećem obliku:

$$\left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g}\right)_1 = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g}\right)_2 + \Delta H|_1^2 \quad (9)$$

Ova jednadžba predstavlja Bernoullijevu jednadžbu za realnu tekućinu u stacionarnom režimu tečenja. Izraz (9) je prikladan za prikazivanje energijskih odnosa uzduž realnog strujanja (Slika 2).



Slika 2. Energijski odnosi u realnom strujanju uzduž cijevi [2]

Otpori trenja u cijevima nazivaju se linijskim gubitcima, dok se ostali na spojevima cijevnih poteza i ostalim fazonskim komadima nazivaju lokalnim

gubitcima. Linijski gubitak na cijevi dužine L konstantnog promjera D određuje se padom energijske visine prema (8):

$$\Delta H_{tr} = \int_1^2 \frac{\lambda}{D} \frac{v^2}{2g} dl = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \xi_{tr} \frac{v^2}{2g} \quad (10)$$

gdje je $\xi_{tr} = \lambda L/D$ koeficijent linijskog gubitka energije. Slično tome, ako se između dviju točaka strujanja javlja lokalni otpor bilo koje vrste, može se pisati energijski odnos u obliku:

$$\left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g} \right)_1 = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \alpha \frac{v^2}{2g} \right)_2 + \Delta H_{lok} \quad (11)$$

Lokalni gubitak energijske visine ΔH_{lok} je pritom jednak:

$$\Delta H_{lok} = \xi_{lok} \frac{v_{ref}^2}{2g} \quad (12)$$

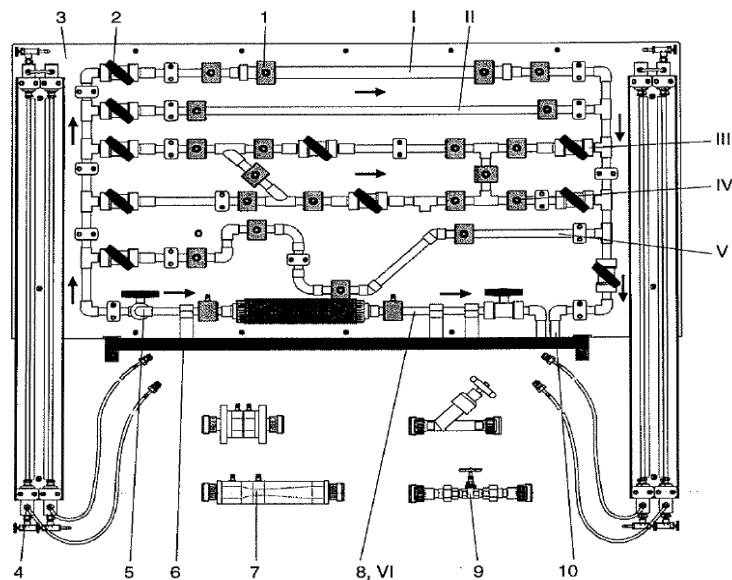
pri čemu je v_{ref} mjerodavna brzina lokalnog gubitka, a ξ_{lok} lokalni koeficijent gubitaka.

4. Fizikalni model HM 150.11

Eksperimentalna analiza u danom radu provedena je pomoću fizikalnog modela HM 150.11. Na samom modelu mogu se vršiti eksperimenti u kojima se mjeri protok, tlak, određivanje linijskih i lokalnih gubitaka te njihovih koeficijenata gubitaka u sustavu. Cjelokupna jedinica fizikalnog modela se sastoji od kvadratnog cjevastog čeličnog okvira sa plastificiranim stražnjim zidom [7]. Na stražnjem se zidu nalazi cijevni sustav montiran pomoću fazonskih komada na kojima se može ručno vršiti dovod i zatvaranje dovoda vode pomoću ventila (Slika 3 i 4). Stražnji zid također ima dva manometra pričvršćena pomoću zvjezdastih matica. Razni mjerni instrumenti mogu biti smješteni u podesivim dijelovima mjerne sekcije. Voda se dovodi bilo putem HM 150 Basic Hydraulics Bench uređaja ili putem razvodnih priključaka vode u laboratoriju. HM 150 jedinica omogućava proračun s konstantnom zatvorenom cirkulacijom vode (stacionarno tečenje pri određenom stupnju otvorenosti glavnog ventila).

Diferencijalni tlakomjer je pogodan za mjerenje razlike tlakova između dvije mjerne točke (presjeka) te apsolutnog tlaka u mm vodenog stupca [8]. Mjerno područje je od 0 do 1000 mm stupca vode. Mjerač se sastoji od dvoslojnog stakla s podlogom od metalne milimetarske skale. Dvije cijevi su povezane na vrhu i imaju zajednički odzračni ventil. Razlika tlaka se mjeri sa zatvorenim ventilom, a apsolutni tlak se mjeri s otvorenim ventilom.

Mjerne točke su povezane na donjem kraju cijevi pomoću spojke s brzim djelovanjem i vrlo jednostavnim automatskim zatvaranjem (ili otvaranjem). Odvodni ventil se nalazi na dnu svake cijevi.



Slika 3. Mjerni odjeljci (sekcije) na fizikalnom modelu HM 150.11 [7]

- I - cijevni odjeljak (sekcija) s diskontinuiranim proširenjem 20 x 1,5 do 32 x 1,8 mm, te diskontinuiranim suženjem 32 x 1,8 do 20 x 1,5 mm (PVC)
- II - ravni odjeljak cijevi, izmjerena duljina 800 mm, 20 x 1,5 mm (PVC)
- III/IV - cijevni odjeljak sa 2 x Y komadom od 45°, 2 x T komadom 20 x 1,5 mm (PVC), V - odjeljak cijevi s fazonskim komadom pod kutom od 2 x 90°, savijenim fazonskim komadom 2 x 90°, fazonskim komadom pod kutom od 2 x 45°, 20 x 1,5 mm (PVC), VI - podesivi mjerni dio za ugradnju raznih mjernih uređaja, 20 x 1,5 mm (PVC), 1 - prstenasta komora s mogućnošću mjerenja tlaka pomoću cijevnog priključka, 2 - kuglični ventil za isključenje dijelova sekcija, 3 - stražnji zid, 4 - diferencijalni tlakomjer, 5 - ulaz, dotok vode (skriveni), 6 - cjevasti čelični okvir s usisnim jastučićima, 7 - mjerni uređaji - mjerenje protoka, 8 - podesivi odjeljak za mjerenje, 9 - mjerni uređaji - zaporni uređaji, 10 - ispušni ventil

pozicijsko testiranje na HM150 Basic Hydraulics Bench fizikalnom modelu postiže se pomoću opskrbe vodom iz donjeg spremnika (kontinuiranim ili varijabilnim protokom uz reguliranje pomoću kuglastog ventila). Prilikom postavljanja fizikalnog modela na nultu poziciju (nulto očitavanje), za postizanje maksimalnog mogućeg raspona nulti položaj mjeraca tlaka treba biti u središtu ljestvice. Potrebno je zatvoriti cijevne odvode. Protok je na centru skale jednak nuli te vrijedi ista razina u obje mjerne cijevi. Potrebno je pažljivo postaviti razinu na centru skale pomoću

odzračnog ventila [8]. Pri prvom izvođenju mjerenja potrebno je podesiti željeni protok putem dovodnog ventila te očitati diferencijalni tlak kao razliku visina između dva stupca vode. U nastavku treba procijeniti srednju vrijednost ukoliko se očitavanje mijenja. Po završetku mjerenja isključuje se pumpa na HM 150 radnoj jedinici.



Slika 4. Mjerenja na fizikalnom modelu HM 150.11 (Foto: A. Karabegović)

5. Izvedeni eksperimenti na fizikalnom modelu HM 150.11

5.1. Eksperiment 1: Protok kroz cijevi s trenjem

U ovom eksperimentu, gubitak tlaka p_v i linijski gubitak ΔH_{tr} . za ispitivanu cijev promjera D s trenjem su određeni eksperimentalno. Kod turbulentnog stacionarnog strujanja u cijevima kod Reynoldsovog broja Re iznad 2320, gubitak tlaka je proporcionalan dužini cijevi l , Darcy-Weisbachovom koeficijentu trenja cijevi λ , gustoći tekućine koja teče kroz cijev ρ , te kvadratu brzine protoka v :

$$p_v = \frac{\lambda \cdot l}{2 \cdot D} \cdot \rho \cdot v^2 \quad (13)$$

Odgovarajući linijski gubitak ΔH_{tr} . se određuje preko izraza:

$$\Delta H_{tr} = \frac{\lambda \cdot l}{D} \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (14)$$

Za turbulentni protok kroz cijev, koeficijent trenja λ ovisi o visini apsolutne hrapavosti $k(\epsilon)$ i o Reynoldsovom broju Re . U ovom slučaju, vrijednost koeficijenta kinematičke viskoznosti za vodu iznosi $\nu = 0.935 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ koja odgovara temperaturi vode od 23°C (sobna temperatura rada na fizikalnom modelu). Brzina v se određuje pomoću volumenskog protoka \dot{V} ($dV/dt = Q$) i površine poprečnog presjeka, tj. promjera cijevi

D prema izrazu $v = \frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot D^2}$. Za hidraulički glatke cijevi kod kojih vrijedi $Re < 65 \frac{D}{k}$, ($2320 < Re < 105000$) linijski se koeficijent gubitaka (koeficijent trenja) računa uz pomoć Blasiusove formule:

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (15)$$

Za režim strujanja u cijevima u prijelaznom području za hrapave cijevi vrijedi $65 \frac{D}{k} < Re < 1300 \frac{D}{k}$, pa se koeficijent trenja računa prema Colebrookovoj implicitnoj jednadžbi [7]:

$$\lambda = \left[2 \log \left(\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{0.27}{D/k} \right) \right]^{-2} \quad (16)$$

5.1.1. Izvođenje mjernog eksperimenta 1

U ovom mjernom eksperimentu, istražuju se gubitci u cijevi u mjernoj sekciji II (Slika 3). Mjerni dio je dugačak $l = 800 \text{ mm}$. Radi se o PVC cijevi unutrašnjeg promjera $D = 17 \text{ mm}$ čija je visina apsolutne hrapavosti uzeta sa $k=0,001 \text{ mm}$. Kuglasti ventil se prije korištenja mjerne sekcije koristi za postavljanje određene visine na manometru i utvrđivanje relevantnog volumenskog protoka prema određenom linijskom gubitku. Dobiveni rezultati su prikazani u Tablici 1. Izmjerene gubitke je potrebno usporediti s vrijednostima koje se mogu dobiti računski (Tablica 2). Veliki postotak greške linijskog gubitka (33,3 %, Tablica 2) može se pripisati krivom očitavanju izmjenjenog linijskog gubitka (vizualna interpretacija mjeritelja).

Tablica 1. Utvrđivanje volumenskog protoka prema izmjenjenom linijskom gubitku

Linijski gubitak $\Delta H_{tr.}$, u mm	6	18	36	89	130	175	275
Volumenski protok \dot{V} , u l/min	4	7	10	15	20	24	30

Tablica 2. Usporedba izmjenjenog i izračunatog linijskog gubitka

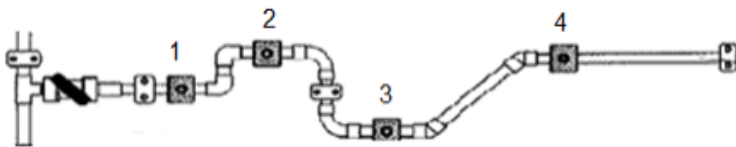
Linijski gubitak $\Delta H_{tr.}$, u m	0,006	0,018	0,036	0,089	0,130	0,175	0,275
Volumenski protok \dot{V} , u $10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$	66,7	116,7	166,7	250	333,3	400	500
Brzina protoka v , u m/s	0,294	0,514	0,734	1,101	1,468	1,762	2,203
Reynoldsov broj Re	5345	9352	13360	20035	26711	32057	40071
Koeficijent trenja λ prema (15)	0,037	0,0322	0,0294	0,0266	0,0248	0,0237	0,0224
Izračunati linijski gubitak $\Delta H_{tr.}$ prema (14), m	0,008	0,0204	0,0380	0,0773	0,1282	0,1765	0,2607
Postotak pogreške, %	33,3	13,3	5,6	-13,1	-1,4	0,9	5,2

5.2. Mjerni eksperiment 2: Cijevno koljeno

Za cijevna zaobljena koljena u sustavima pod tlakom, koeficijent otpora ovisi o kutu devijacije protoka i omjera polumjera zakrivljenosti u koljenu te promjera cijevi. Osim toga, koeficijent otpora ovisi i o obliku koljena. Za ovaj poseban slučaj cijevnih koljena s kutom od 90° primijenjen je dijagram kako za glatke, tako i za hrapave cijevi [6, 8]. Za radijus koljena manji od promjera cijevi ($R/D < 1$) koeficijenti otpora za koljena su aproksimativno primjenjivi. Otpor protoka koljena s kutovima δ manjim od 90° može se izračunati uz linearnu proporcionalnost [7]:

$$\xi = \xi_{90^\circ} \frac{\delta}{90^\circ} \quad (17)$$

U ovom mjernom eksperimentu, cijevne komponente se ispituju u mjernom odjeljku V (Slika 3). Mjerni priključci se postavljaju u točke 1, 2, 3 i 4 (Slika 5, Tablica 3).



Slika 5. Mjerni odjeljak V [7]

Izmjerene vrijednosti se koriste za određivanje koeficijenata otpora za koljena (Tablica 4). Budući da nema promjene poprečnog presjeka, koristi se pojednostavljena formula za izračun koeficijenta otpora ξ :

$$\xi = \frac{2 \cdot \Delta H_{lok.total} \cdot g}{v^2} - \lambda \cdot \frac{l}{D} \quad (18)$$

U gornjoj formuli se koristi duljina cijevi između mjernih priključaka u odnosu na središnju liniju cijevi. Izraz $\Delta H_{lok.total}$ se odnosi na ukupni lokalni gubitak na cijevnim dionicama od karakterističnih točki 1-2, 2-3 i 3-4 te je na temelju te vrijednosti izračunat lokalni koeficijent gubitaka ξ_{uk} iz Tablice 4. Kako se na tim dionicama nalaze po dva fazonska komada istih karakteristika (vidi Sliku 5), koeficijent otpora ξ je uzet sa pola vrijednosti od koeficijenta ξ_{uk} .

Prilikom mjerenja diferencijalnim manometrom između točaka 1 i 3 izmjeren je gubitak $\Delta H_{lok.} = 621$ mm, što znači da je ukupni gubitak veći od zbroja gubitaka od 1 do 2 i od 2 do 3 (tj. $346 + 270 < 621$ mm). Koeficijent otpora dobiven ovim proračunom za pravokutno koljeno (koljeno kod kojeg su dolazna cijev prije koljena i odlazna cijev nakon koljena pod pravim kutom) prilično je niži od očekivanog prema vrijednostima iz literature [5]

kod kojih je za glatko koljeno dano $\xi = 1,13$. Koeficijent otpora za savijene cijevi je iznad vrijednosti u literaturi kod kojih je za $R/D = 2,35$ za glatke cijevi $\xi = 0,14$, a za hrapave cijevi $\xi = 0,28$. To znatno odstupanje možemo pripisati nečistom prijelazu između ravne i savijene cijevi te drugačijem materijalu cijevi. Kod koljena od 45° dobivena vrijednost približno odgovara vrijednosti iz literature [5].

Tablica 3. Izmjereni lokalni gubici

	Vrsta koljena		
	Pravokutno koljeno $\zeta = 90^\circ$, PVC 20x1.5 mm	Savijena cijev $\zeta = 90^\circ$ PVC 20x1.5 mm	Kutna cijev $\zeta = 45^\circ$, PVC 20x1.5 mm
Mjerna dionica	1-2	2-3	3-4
Volumenski protok \dot{V} u l/min.	27,3	27,3	27,3
Lokalni gubitak $\Delta H_{lok.}$ u mm	346	270	320

Tablica 4. Izračunati koeficijenti otpora cijevnih koljena

	Vrsta koljena		
	Pravokutno koljeno $\zeta = 90^\circ$ PVC 20x1,5 mm	Savijena cijev $\zeta = 90^\circ$ PVC 20x1,5 mm	Kutna cijev $\zeta = 45^\circ$ PVC 20x1,5 mm
Unutrašnji promjer D u mm	17	17	17
Duljina cijevi l u mm	203	322	247
Volumenski protok \dot{V} u $10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$	455	455	455
Brzina protoka v u m/s	2,005	2,005	2,005
Reynoldsov broj Re [/]	33865	33865	33865
Omjer D/k [/]	17000	17000	17000
Koeficijent trenja λ prema Blasiusu, izraz (15) [/]	0,0233	0,0233	0,0233
Lokalni gubitak $\Delta H_{lok.total.}$ u m	0,346	0,270	0,320
Koeficijent otpora ξ_{uk} [/]	1,42	1,05	1,29
Koeficijent otpora ξ [/]	0,71	0,52	0,65

5.3. Mjerni eksperiment 3: Promjena poprečnog presjeka cijevi

Promjene u poprečnom presjeku cijevi (cijevni segment I, Slika 3), dostupne kroz ispitivanje na ovom eksperimentalnom fizikalnom modelu, imaju mogućnost praćenja promjena u obliku naglog širenja ili naglog suženja (kontrakcije) poprečnog presjeka cijevi. Za nagle promjene poprečnog presjeka cijevi, vrijednosti lokalnih koeficijenata gubitaka

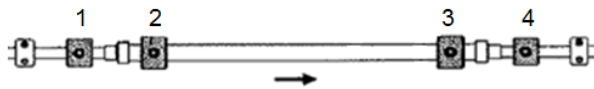
energije mogu se preuzeti iz raznih publikacija ili se mogu izvesti direktno iz Bernoullijeve jednadžbe [8]. Za naglo proširenje cijevi vrijedi [2, 4]:

$$\xi_{n.proš} = \left(\frac{A_1}{A_2} - 1 \right)^2 = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2} \right)^2 \quad (19)$$

odnosno, za naglo suženje vrijedi aproksimativna formulacija prema [4]:

$$\xi_{n.suž} = 0,5 * (1 - a^2) - 0,13 * [\sin\pi * (1 - a^2)]^{0,8} \quad (20)$$

pri čemu je $a=A_1/A_2$. U izrazu (19), fizikalna veličina A_2 definira površinu poprečnog presjeka nakon proširenja (promjer D_2), a A_1 površinu poprečnog presjeka prije proširenja (promjer D_1). Kod izraza (20), fizikalna veličina A_2 definira površinu poprečnog presjeka prije suženja (promjer D_2), a A_0 površinu poprečnog presjeka nakon suženja (promjer D_0 , $D_0 = D_1$). U ovom ispitivanju kroz mjerni eksperiment, otpori pri promjeni poprečnog presjeka cijevi se istražuju u mjernom odjeljku I (Slika 3 i Slika 6).



Slika 6. Mjerni odjeljak I [7]

Prilikom mjerenja koeficijenta otpora za proširenje cijevi, diferencijalni tlakomjer se priključuje na mjerne točke 1 i 2, a za suženje cijevi na mjerne točke 3 i 4. (Slika 6). Rezultati se dobivaju kao razlika očitavanja tlaka na diferencijalnom tlakomjeru za proširenje i suženje cijevi (Tablica 5). Oba su mjerenja izvršena na cijevi duljine 125 mm koja ima manji unutrašnji promjer $D_1 = 17$ mm ($v_1 = 2,05$ m/s), a veći $D_2 = 28,4$ mm ($v_2 = 0,73$ m/s). Volumenski protok je pritom iznosio $\dot{V} = 27,9$ l/min. [8]. Lokalni gubitak za proširenje cijevi iznosi $\Delta H_{lok.1-2} = 492 - 557 = -65$ mm, dok je kod suženja cijevi on jednak $\Delta H_{lok.3-4} = 644 - 395 = 249$ mm.

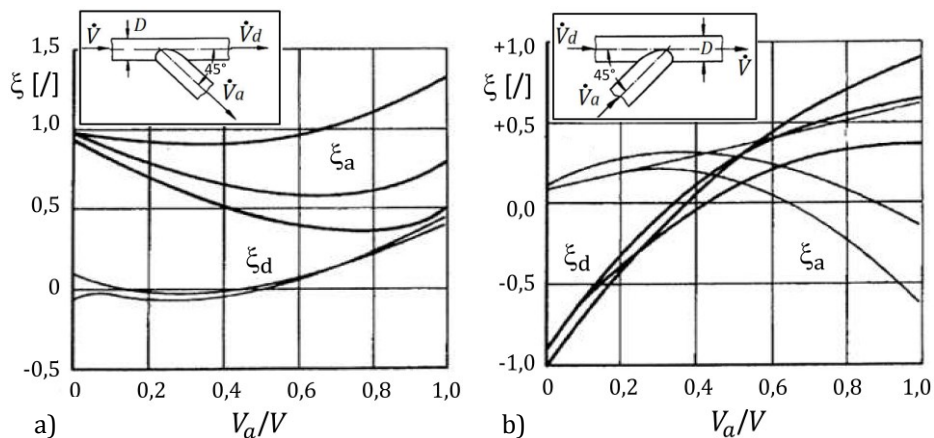
Tablica 5. Izmjereni i izračunati koeficijenti lokalnih gubitaka

Vrsta fazonskog komada	Naglo proširenje ($A_1 \rightarrow A_2$)	Naglo suženje ($A_2 \rightarrow A_0 = A_1$)
Mjerna dionica (Slika 6)	1-2	3-4
Volumenski protok \dot{V} u l/min.	27,9	27,9
Izmjereni lokalni gubitak $\Delta H_{lok.}$ u mm	-65	249
Izračunati lokalni koeficijenti gubitaka prema (19) i (20)	$\xi_{n.proš} = 0,41$	$\xi_{n.suž} = 0,31$
Izračunati lokalni koeficijenti gubitaka iz literature (prema [4])	$\xi_{n.proš} = 0,16$	$\xi_{n.suž} = 0,21$

Zanimljivo je da za slučaj proširenja nema gubitka tlaka, nego se zapravo događa povišenje tlaka. Porast tlaka uzrokovan gubitkom brzine veći je od pada tlaka uzrokovanog trenjem u cijevi. Na temelju vrijednosti omjera poprečnih profila na fizikalnom modelu $A_1/A_2 = 0,6$ određene su prema literaturi [4] vrijednosti lokalnih koeficijenata gubitaka za naglo proširenje ($\xi_{n.proš} = 0,16$), odnosno za naglo suženje ($\xi_{n.suž} = 0,21$) (Tablica 5).

5.4. Mjerni eksperiment 4: grananje cijevi (račve)

Prilikom razdvajanja toka unutar cijevnog sustava pod tlakom ili spajanja dva pojedinačna toka, značajan pad tlaka se pojavljuje na odvoju (račvi) zbog promjene smjera i razdvajanja strujnica. Gubici strujanja koji se javljaju ovise o geometriji račve i veličini volumenskog protoka. Radi zadovoljavanja jednadžbe kontinuiteta, ukupni volumenski protok \dot{V} je jednak zbroju izlaznih (ili ulaznih) volumenskih protoka \dot{V}_a i \dot{V}_d ($\dot{V} = \dot{V}_a + \dot{V}_d$). Slika 7 predstavlja razdvajanje toka te je u pripadajućem dijagramu prikazana ovisnost koeficijenta otpora o omjeru volumena \dot{V}_a/\dot{V} .



Slika 7. Lokalni koeficijenti gubitka pri a) razdvajanju i b) spajanju toka [8]

Iz dijagrama je vidljivo da kod većih vrijednosti omjera volumena \dot{V}_a/\dot{V} dolazi do porasta vrijednosti lokalnih koeficijenata gubitaka u gornjoj cijevi ξ_a , dok se u kosoj odlaznoj cijevi koeficijenti lokalnih gubitaka ξ_d za manje vrijednosti omjera volumena \dot{V}_a/\dot{V} smanjuju do omjera 0,4, odnosno 0,6, da bi nakon toga značajno rasli do omjera vrijednosti 1 (Slika 7a)).

Slika 7b predstavlja spajanje tokova te je u pripadajućem dijagramu prikazana ovisnost koeficijenta otpora o omjeru volumena \dot{V}_a/\dot{V} . Iz dijagrama je jasno vidljivo da kod većih vrijednosti omjera volumena \dot{V}_a/\dot{V} dolazi do značajnog porasta vrijednosti lokalnih koeficijenata gubitaka u gornjoj cijevi ξ_d , dok se u dolaznoj kosoj cijevi koeficijenti lokalnih gubitaka

povećavaju do vrijednosti omjera volumena $\check{V}_a/\check{V} = 0.3$ da bi se nakon tog omjera značajnije smanjivali do omjera vrijednosti 1.

Za jednako razdvajanje toka u T fazonskom komadu, koeficijent otpora ζ_T može se izračunati s pojednostavljenom formulom pomoću lokalnog gubitka $\Delta H_{lok.uk.}$:

$$\xi_T = \frac{2 \cdot \Delta H_{lok.uk.} \cdot g}{v^2} - \lambda \cdot \frac{l}{D} \quad (21)$$

U ovom mjernom eksperimentu, račve i T fazonski komadi su ispitivani u mjernim odjeljcima III i IV (Slika 3). Željene vrste protoka (odvajanje ili grananje) mjere se pomoću uzvodno ili nizvodno postavljenog kuglastog ventila. Gubici na protoku povezani su s kinetičkom energijom ukupnog protoka. Koristi se duljina cijevi između mjernih priključaka u odnosu na središnju liniju cijevi. Mjerenje je izvršeno za Y komad unutrašnjih promjera cijevi $D_1 = 17$ mm, na duljini od $l = 150$ mm, za razdvajanje i za spajanje tokova. Rezultati za Y komad su prikazani u Tablici 6. Također je mjerenje obavljeno i za T komad (isti promjer i duljina kao Y komad), za razdvajanje i za spajanje tokova, a rezultati su prikazani u Tablici 7. U potonjem slučaju, linijski koeficijent gubitka λ je izračunat prema formuli (15) kako bi se lokalni koeficijenti gubitaka energije mogli usporediti prema izrazu (21).

Tablica 6. Izračun lokalnih koeficijenata gubitaka za Y fazonski komad

IZMJERENO	Razdvajanje tokova			Spajanje tokova		
	Volumenski protok \check{V} u l/min	Lokalni gubitak $\Delta H_{lok.}$ u mm		Volumenski protok \check{V} u l/min	Lokalni gubitak $\Delta H_{lok.}$ u mm	
	32,4	$\Delta H_{lok,a}$ 50	$\Delta H_{lok,d}$ -120	30,0	$\Delta H_{lok,a}$ 130	$\Delta H_{lok,d}$ -190
IZRAČUNATO	Brzina toka v , m/s	2,38	2,38	Brzina toka v , m/s	2,20	2,20
	Lokalni koeficijenti gubitaka	$\xi_a = 0,17$	$\xi_d = 0,42$		$\xi_a = 0,53$	$\xi_d = 0,77$
	Lokalni koeficijent gubitaka prema sl. 7.	$\xi_a = 0,45$	$\xi_d = 0,10$		$\xi_a = 0,42$	$\xi_d = 0,35$

Rezultati prikazani u Tablicama 6 i 7 ukazuju na značajne razlike u gubicima s obzirom na Y i T fazonski komad. Nastale razlike su uzrokovane skretanjem pod pravim kutom kod T komada, što utječe na veličinu i raspored gubitaka u cijevima. Također, mjerenje protoka je vršeno volumetrijski (punjenjem pridnenog bazena kroz određeno vrijeme), pa se nisu mogli precizno pogoditi protoci kod razdvajanja i spajanja tokova.

Tablica 7. Izračun lokalnih koeficijenata gubitaka za T fazonski komad

IZMJERENO	Razdvajanje tokova			Spajanje tokova		
	Volumenski protok \dot{V} u l/min	Lokalni gubitak $\Delta H_{lok.T}$ u mm		Volumenski protok \dot{V} u l/min	Lokalni gubitak $\Delta H_{lok.T}$ u mm	
	30,0	$\Delta H_{lok, Ta}$	$\Delta H_{lok, Td}$	29,3	$\Delta H_{lok, Ta}$	$\Delta H_{lok, Td}$
		125	-180		20	30
IZRAČUNATO	Brzina toka v , m/s	2,20	2,20	Brzina toka v , m/s	2,15	2,15
	Lokalni koeficijenti gubitaka	$\xi_{Ta} = 0,51$	$\xi_{Td} = 0,73$		$\xi_{Ta} = 0,09$	$\xi_{Td} = 0,13$
	Lokalni koeficijent gubitaka prema (21)	$\xi_{Ta} = 0,31$	$\xi_{Td} = 0,53$		$\xi_{Ta} = 0,11$	$\xi_{Td} = 0,19$

6. Zaključak

U ovom radu opisano je određivanje linijskih i lokalnih gubitaka u cijevnom sustavu pod tlakom pomoću fizikalnog modela HM 150.11. Mjerenja su vršena u hidrotehničkom praktikumu Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. U sklopu rada provedeni su slijedeći eksperimenti: određivanje protoka kroz sustav cijevi s trenjem, proračun zaobljenog cijevnog koljena, hidraulička analiza uslijed promjene poprečnog presjeka cijevi te hidraulička analiza uslijed grananja cijevne dionice (račvasti dio). Treba napomenuti da se na istom fizikalnom modelu HM 150.11 mogu dodatno sprovesti mjerenja i određivanje koeficijenata otpora na bilo kojem dijelu cijevne armature koje nisu obuhvaćene ovim radom, određivanje radnih karakteristika zaporne armature te mjerenje volumenskog protoka s mlaznicom, blendom, kosim ventilom ili Venturimetrom. Način pripreme i mjerenja tih eksperimenata opisan je u radovima [7, 8].

Kod ravnih cijevi, gubitak tlaka p_v i linijski gubitak ΔH_{tr} za ispitivanu cijev s trenjem određen je eksperimentalno. Mjerni eksperimenti na opisanom fizikalnom modelu namijenjeni su istraživanju utjecaja posebnih dijelova cjevovoda i spojnice na gubitak tlaka. Ti dijelovi su: cijevni lukovi ili koljena, račve, promjene u poprečnom presjeku cijevi, ventili i vezice. Za oštri lom cijevi dana je aproksimacija izračuna koeficijenta lokalnog gubitka koji ovisi o kutu loma cijevi te se može vidjeti njegov rast sa povećanjem loma. Kod kružnog luka (kut od 90°) koeficijent lokalnog gubitka ovisi o omjeru promjera cijevi D i radijusa R kružnog luka. U tom slučaju, pri konstantnom protoku i promjeru cijevi, lokalni koeficijent gubitaka na koljenu će se smanjivati uslijed povećanja omjera R/D .

Kod okomitih i kosih račvi potrebno je odvojiti slučaj spajanja protoka na glavnu cijev i slučaj račvanja protoka te unutar istih odvojiti gubitke za bočnu granu i glavnu cijev. Za sve ove slučajeve, koeficijent gubitaka ovisan je o omjerima dolaznih i izlaznih protoka te poprečnih presjeka. Koeficijent gubitka se smanjuje za bočnu granu što je ona manjeg presjeka u odnosu na glavnu cijev, dok se istovremeno koeficijent za glavnu cijev smanjuje.

Pri strujanju tekućine kroz cijev s naglim proširenjem ili naglim suženjem, koeficijent lokalnog gubitka izražen je u ovisnosti o omjerima površina poprečnih presjeka u samim profilima. Iz tih izraza lako se može zaključiti kako će gubici biti manji pri manjim promjenama geometrije, odnosno pri manjim omjerima promjera na početku i na kraju suženja ili proširenja. Kod naglog proširenja i suženja, koeficijent je prikazan u ovisnosti o omjeru poprečnih presjeka na početku i na kraju fazonskog komada te o središnjem kutu proširenja, odnosno suženja. Tu je vidljivo logično povećanje koeficijenta sa većom promjenom protočnog profila.

Zahvala. *Ovaj je članak rezultat rada u okviru projekta Razvoj istraživačke infrastrukture na Kampusu Sveučilišta u Rijeci (RC.2.2.06-0001), koji je sufinanciran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske.*

Literatura

- [1] Shaughnessy, E.J., Katz, I.M., Schaffer, J.P. (2005) *Introduction to Fluid Mechanics*, Oxford, Oxford University.
- [2] Žic, E., Ožanić, N., Karleuša, B. (2007) *Skripta zadataka iz kolegija Hidromehanike s teoretskim osnovama*, Rijeka, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci.
- [3] Lončar, G., Andročec, V. (2012) *Mehanika tekućina*, skripta iz kolegija Mehanika tekućina, Zagreb, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- [4] Jović, V. (2006) *Osnove Hidrotehnike*, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, Split, Element.
- [5] Bukurov, M., Žic, E. (2017) *Mehanika fluida - teorijske osnove*, priručnik za potrebe studenata iz kolegija Hidromehanika, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka.
- [6] Agroskin, I.I. (1969) *Hidraulika*, Tehnička knjiga Zagreb, Zagreb.
- [7] Experiment instructions. (2012) *HM 150.11 Fluid Friction Apparatus*, G.U.N.T. Gerätebau GmbH, Bar.
- [8] Karabegović, A. (2017) *Fizikalni model određivanja lokalnih i linijskih gubitaka u cijevnom sustavu pod tlakom*, Završni rad iz kolegija Hidromehanika, Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka.