

ANALITIČKO RJEŠENJE TOPLINSKIH UČINAKA KOD LAMELIRANOG STAKLA S POPUSTLJIVIM VEZNIM SLOJEM

ANALYTICAL SOLUTION FOR THERMAL EFFECTS IN LAMINATED GLASS WITH A COMPLIANT INTERLAYER

Vita Veljačić*, Leo Škec*, Dragan Ribarić*

Sažetak

Ovaj rad bavi se analizom toplinskih učinaka kod spregnutih nosača korištenjem analitičkog rješenja za dvoslojnu gredu za tri vrste modela: potpuno spregnutih (bez klizanja između slojeva), djelomično spregnutih (ograničeno klizanje) i nespregnutih nosača (slobodno klizanje). Kao primjer kompozitnog nosača odabrano je lamelirano staklo. Mogućnosti i točnost analitičkog rješenja potvrđeni su usporedbom s eksperimentalnim rezultatima iz literature uzimajući pritom u obzir da povećanje temperature uzrokuje postupno popuštanje međusloja u lameliranom staklu.

Ključne riječi: *spregnuti nosači, lamelirano staklo, analitičko rješenje, toplinski učinci, popustljivi vezni sloj*

Abstract

This paper analyses the thermal effects in composite beams using an analytical solution for a two-layer beam across three types of models: fully composite (no slip between layers), partially composite (limited slip) and non-composite beams (free slip). Laminated glass is selected as a representative example of a composite beam. The applicability and accuracy of the analytical solution are verified by a comparison to experimental results from the literature, taking into account that rising temperatures cause gradual softening of the interlayer in laminated glass.

Key words: *composite structures, laminated glass, analytical solution, thermal effects, compliant interface*

* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: veljacivita1@gmail.com, {leo.skec, dragan.ribaric}@gradri.uniri.hr

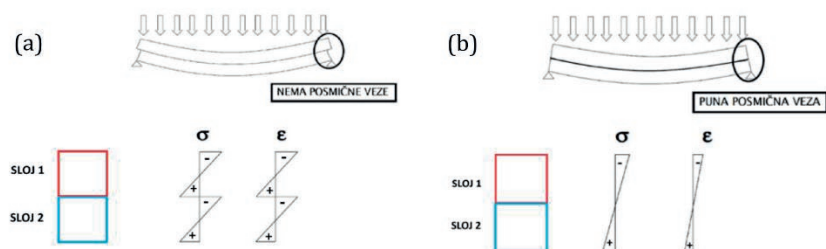
1. Uvod

Spregnuti (kompozitni) nosači su konstruktivni elementi koji se sastoje od dva ili više međusobno povezana dijela od istog ili različitih materijala. Ključ spregnutog djelovanja je prijenos smične sile na dodirnoj plohi, zbog čega se sve komponente pod opterećenjem ponašaju kao jedinstveni presjek. U usporedbi s nespregnutim presjekom jednake geometrije, takav nosač postiže znatno veću savojnu krutost i manji progib, što omogućuje manju potrošnju materijala i niže troškove izvedbe. Sprezanjem različitih materijala mogu se sinergijski iskoristiti njihove komplementarne karakteristike (npr. beton nosi tlak, čelik vlačna naprezanja), pa se s manjom masom i troškovima postižu veći rasponi, veća krutost, bolja požarna otpornost i dugotrajnija konstrukcija nego što bi to omogućio bilo koji materijal zasebno. Kada se elementi istog materijala pravilno spregnu, dobivamo presjek s boljom krutosti, stabilnošću i prilagodljivošću nego što bi to omogućio pojedinačni masivni komad.

Nespregnuti nosač je sustav u kojem nema posmične veze između dva sloja nosača, pa stoga na krajevima nosača postoji relativni pomak između slojeva (Slika 1(a)). Svaki element unutar nespregnutog nosača nosi dio opterećenja proporcionalan svojoj krutosti i prilikom savijanja se deformira nezavisno od susjednog elementa, što rezultira pojavom vlačnih i tlačnih naprezanja u oba sloja.

Nasuprot tome, u spregnutom nosaču između slojeva postoji puna posmična veza. Ova veza omogućuje da se oba elementa ponašaju kao jedinstveni presjek, bez relativnog horizontalnog pomaka između elemenata na krajevima (Slika 1(b)). To znači da se prilikom savijanja normalne deformacije linearno mijenjaju po visini kompozitnog presjeka (progib za oba sloja mora biti jednak na dodirnoj liniji), kao što je to slučaj kod monolitnih greda. Primjenom Hookeovog zakona, odnosno pretpostavkom linearno-elastičnog ponašanja materijala, slijedi i da raspodjela normalnih naprezanja mora biti linearna po visini kompozitnog presjeka, kao što je prikazano na Slici 1(b). Na taj se način postiže da jedan sloj primarno preuzima vlačna, a drugi tlačna naprezanja [1].

Spojni sistem daje naglasak na posmične sile koje djeluju na kontaktnoj plohi između dva različita materijala. Cilj spoja je na optimalan način uključiti oba materijala u nosivost spregnutog nosača. Savršen spoj koji sprječava svaki relativni pomak između slojeva omogućio bi potpuni prijenos normalnih i posmičnih naprezanja i osigurao optimalnu izvedbu spoja. Međutim, veze u praksi pokazuju konačnu krutost, tako da se na spoju između slojeva mogu pojaviti relativni poprečni i uzdužni pomaci (uzdizanja i klizanja).



Slika 1. Raspodjela naprezanja (a) nespregnutog i (b) spregnutog nosača [1]

Standardno određivanje krutosti spregnutih elemenata određuje se postupkom zamjenskog poprečnog presjeka. Čitav presjek pretvara se u samo jedan materijal na način da se dijelu od preostalog materijala površina i moment površine II. reda (moment inercije) množe faktorom koji označava omjer modula elastičnosti dva zadana materijala. Time dobivamo jedinstveni poprečni presjek koji predstavlja kombinirane karakteristike oba materijala, pri čemu se pretpostavlja da je sprezanje između dva dijela presjeka savršeno (nema klizanja ili uzdizanja) [1].

Posebna vrsta spregnutih nosača koja se u novije vrijeme sve više koristi u građevinskim konstrukcijama je lamelirano staklo. Radi se o vrsti stakla koje se sastoji od dvije ili više staklenih ploča zalijepljenih međusobno po cijeloj površini međuslojem koji adhezivno prianja na staklo i svojim mehaničkim svojstvima omogućava djelomično sprezanje ploča [2]. Međusloj je najčešće od polivinil-butirala (PVB), etilen-vinil-acetata (EVA) ili ionoplastike, a, osim sprezanja, funkcija mu je da u slučaju loma drži fragmente stakla na okupu te povećava duktilnost i požarnu otpornost elementa.

Poseban fokus u ovom radu bit će posvećen analizi lameliranog (dvoslojnog) stakla i njegovom ponašanju pri višim temperaturama [3-5]. Materijali se pod utjecajem temperature šire ili skupljaju. Kod spregnutih konstrukcija, razlike u toplinskom širenju između različitih materijala mogu stvoriti dodatna naprezanja (tzv. temperaturna ili toplinska naprezanja), što može dovesti do neželjenih efekata poput pukotina, izvijanja ili gubitka nosivosti. Staklo loše provodi toplinu, što znači da različiti dijelovi staklene ploče mogu imati različite temperature u isto vrijeme. Stoga, u situaciji kada je temperatura u vanjskom okruženju znatno drugačija od temperature u unutrašnjosti konstrukcije, dolazi do toplinskih naprezanja koja mogu dovesti do pukotina ili sloma.

Značajan doprinos razvoju analitičkih modela lameliranog stakla s podatnim međuslojevima dali su Galuppi i Royer-Carfagni, posebice kroz formulacije efektivne debljine [6-8]. Njihovi rezultati poslužili su i kao temelj za izradu europskih smjernica za projektiranje staklenih

komponenti [9], izvješća zajedničkog istraživačkog centra Europske komisije koje predstavlja pre-normativni dokument i osnovu za novi Eurokod 10.

Ovaj rad nadovezuje se na ta istraživanja proširujući analitičko rješenje dvoslojne grede na toplinske učinke u lameliranom staklu. Takvi proračunski alati mogu doprinijeti građevinskoj praksi u područjima gdje se lamelirano staklo koristi u uvjetima izloženosti povišenim temperaturama. To se posebno odnosi na staklene fasadne sustave, krovne konstrukcije, kao i na elemente koji moraju zadržati nosivost i sigurnosnu funkciju tijekom požara ili dugotrajne sunčeve izloženosti. Razumijevanje toplinskih učinaka i podatnosti međusloja stoga može pridonijeti pouzdanijem dimenzioniranju i povećanoj sigurnosti konstrukcija.

2. Analitička rješenja za dvoslojnu gredu s popustljivim kontaktom i toplinskim učincima

Svaki sloj spregnutog nosača zasebno se modelira kao Timošenkova greda (uzima se u obzir i deformacija uslijed posmičnih naprezanja), uz pretpostavku da među slojevima nema poprečnog razmicanja i da na istoj uzdužnoj koordinati oba sloja imaju isti zaokret poprečnog presjeka. Ponašanje spojnog sistema je linearno elastično i definirano je parametrom koji označava posmičnu krutost na kontaktu. Materijalne i geometrijske osobine svakog sloja mogu se zadavati nezavisno, pa je model primjenjiv za analizu različitih tipova spregnutih nosača, kao što su čelik-beton, drvo-beton, staklo-drvo itd. Prednost ovakvog modela u odnosu na standardni pristup, koji koristi postupak zamjenskog poprečnog presjeka [5], je u tome što omogućava određivanje raspodjele unutrašnjih sila i naprezanja u svakom sloju pojedinačno za spojni sistem koji dozvoljava (ali i ograničava) klizanje između slojeva. Također, ovaj pristup je jednostavniji i brži za korištenje od 2D i 3D modela po metodi konačnih elemenata jer je potrebno riješiti relativno mali sustav linearnih algebarskih jednadžbi.

U radu su korištena tri modela po uzoru na rad Siciliana i koautora [10]:

- **Model RRR** – spriječeno klizanje među slojevima jer je spojni sistem apsolutno krut (posjeduje beskonačnu krutost)
- **Model CRR** – ograničeno klizanje među slojevima jer spojni sistem ima konačnu krutost i time pruža otpor klizanju

- **Model ORR** – slobodno klizanje među slojevima jer nema spojnog sistema (što odgovara spojnom sistemu čija je krutost jednaka nuli).

U ovim kraticama, prvo, drugo i treće slovo odnose se na tri vrste popustljivosti spoja (klizanje, uzdizanje i relativno rotiranje poprečnog presjeka, slijedom), pri čemu R („rigid“) znači da nema popustljivosti spoja, C („compliant“) se odnosi na popustljivo sprezanje, a 0 znači da sprezanja nema. Stoga je vidljivo da u sva tri modela pretpostavljamo da nema uzdizanja i relativnog rotiranja poprečnih presjeka susjednih slojeva, dok po pitanju klizanja imamo tri različite situacije (spriječeno, ograničeno i slobodno klizanje). U analitičkom rješenju za dvoslojnu gredu u svakom su sloju dodatno uzete u obzir temperaturne deformacije uslijed promjene temperature, pri čemu je pretpostavljena linearna promjena temperature po debljini sloja, dok u uzdužnom smjeru promjene temperature nema.

Analitičko rješenje za dvoslojnu gredu prikazano je kroz analizu dvije zasebne grede s odgovarajućom vezom između njih. Pretpostavlja se da među slojevima nema poprečnog pomaka te da na istoj uzdužnoj koordinati oba sloja imaju jednak zaokret poprečnog presjeka. Osnovne jednadžbe problema čine kinematičke, konstitutivne i ravnotežne jednadžbe za svaki sloj te vezne jednadžbe koje definiraju vezu između slojeva.

2.1 Osnovne jednadžbe problema

2.1.1 Kinematičke jednadžbe

Deformacije i zakrivljenost povezuju se s pomacima i kutom zaokreta poprečnog presjeka putem kinematičkih jednadžbi. Pozitivan uzdužni pomak (u) je u smjeru osi x , poprečni (w) u smjeru osi z , a kut zaokreta (θ) oko osi y u smjeru kazaljke na satu (Slika 2).

Za dvoslojnu gredu, kinematičke jednadžbe definiraju se zasebno za svaki sloj, uz indekse $i = 1, 2$ (donji i gornji sloj). Svaki sloj ima vlastiti sustav osi (x_i, y_i, z_i), pomake (u_i, w_i) i kut zaokreta (θ_i). Pretpostavlja se $x=x_1=x_2$, da su osi z_i težišne osi svakog sloja te da se savijanje događa oko osi y_i , koja je ujedno i os simetrije presjeka. Na temelju pretpostavki da između slojeva nema relativnog poprečnog razmicanja i rotiranja uvodimo: $w_1 = w_2 = w$ i $\theta_1 = \theta_2 = \theta$. Kinematičke jednadžbe za sloj i dvoslojne grede glase:

$$\varepsilon_{0i} = \frac{du_i}{dx}, \quad (1)$$

$$\gamma_i = \frac{dw}{dx} - \theta, \quad (2)$$

$$\kappa_i = -\frac{d\theta}{dx} \quad (3)$$

gdje je ε_{0i} uzdužna (aksijalna) deformacija, γ_i kut smicanja, κ_i zakrivljenost sloja i .

2.1.2 Konstitutivne jednadžbe

Uz pretpostavku linearnog odnosa između naprezanja i deformacija, veza unutrašnjih sila (rezultanti naprezanja) i deformacija svakog sloja opisana je odgovarajućim konstitutivnim jednadžbama:

$$N_i = E_i A_i \varepsilon_{0i}, \quad (4)$$

$$T_i = G_i A_{si} \gamma_i, \quad (5)$$

$$M_i = E_i I_i \kappa_i, \quad (6)$$

gdje su N_i i T_i uzdužna i poprečna sila, a M_i moment savijanja u sloju i . Aksijalna krutost je $E_i A_i$, gdje su E_i Youngov modul elastičnosti, a A_i površina poprečnog presjeka. Posmična krutost je $G_i A_{si}$, pri čemu je $A_{si} = A_i k_{si}$ s korekcijskim faktorom $k_{si} = 5/6$ za pravokutni presjek, a G_i modul posmika za sloj i . Krutost na savijanje definirana je kao $E_i I_i$, gdje je I_i moment površine II. reda poprečnog presjeka sloja i u odnosu na os y_i .

U konstitutivne jednadžbe uvodi se i utjecaj promjene temperature po visini sloja, čime dolazi do dodatne zakrivljenosti (κ) i promjene uzdužne deformacije (ε). Pretpostavlja se da temperatura varira samo po visini svakog sloja, dok je u uzdužnom smjeru konstantna. Model polazi od referentne temperature pri kojoj nema toplinskih učinaka, dok promjena temperature $\Delta T(z)$ u odnosu na referentnu temperaturu uzrokuje dodatna naprezanja i deformacije.

Konstitutivne jednadžbe koje uključuju utjecaj temperature glase:

$$N_i = E_i A_i \left(\varepsilon_i - \alpha_{Ti} \frac{\Delta T_{gi} + \Delta T_{di}}{2} \right), \quad (7)$$

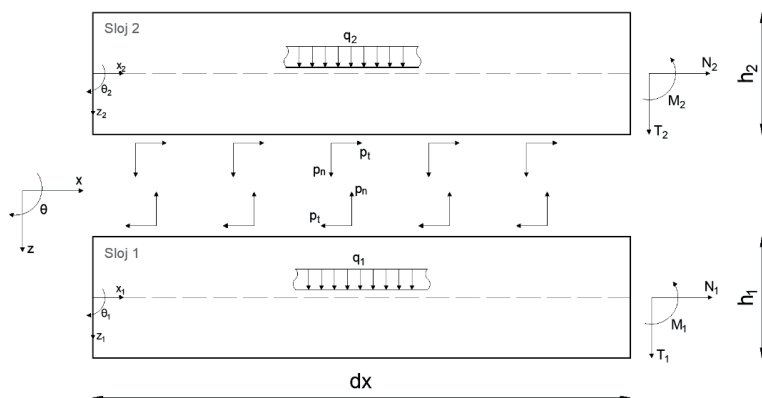
$$T_i = G_i A s_i \gamma_i, \quad (8)$$

$$M_i = E_i I_i \left(\kappa_i + \alpha_{Ti} \frac{\Delta T_{gi} - \Delta T_{di}}{h_i} \right), \quad (9)$$

gdje je α_{Ti} koeficijent linearnog toplinskog rastezanja, a ΔT_{gi} i ΔT_{di} promjene temperature na gornjem i donjem rubu sloja i (Slika 3(b)).

2.1.3 Ravnotežne jednadžbe

Jednadžbe ravnoteže povezuju vanjska opterećenja i unutarnje sile za svaki sloj. Kontaktna naprezanja između slojeva u tangencijalnom i normalnom smjeru označena su s p_t i p_n (Slika 2).



Slika 2. Dijagram slobodnog tijela i konvencija predznaka

Budući da je analiza geometrijski linearna, ravnotežne jednadžbe zapisane su za početnu (nedeformiranu) konfiguraciju na sljedeći način:

$$\frac{dN_1}{dx} - p_t = 0, \quad (10)$$

$$\frac{dN_2}{dx} + p_t = 0, \quad (11)$$

$$\frac{dT_1}{dx} + \frac{dT_2}{dx} + q_1 + q_2 = 0, \quad (12)$$

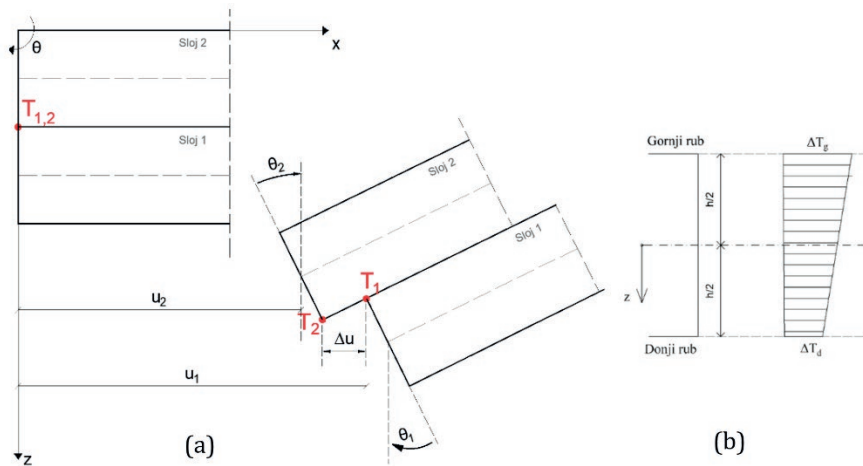
$$\frac{dM_1}{dx} - T_1 + p_t \frac{h_1}{2} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{dM_2}{dx} - T_2 + p_t \frac{h_2}{2} = 0, \quad (14)$$

gdje su N_i i T_i uzdužna i poprečna sila, M_i moment savijanja u sloju i , a q_i opterećenja za svaki sloj (pri čemu je $i = 1, 2$).

2.1.4 Vezne jednadžbe

Vezne jednadžbe povezuju slojeve u cjelinu i omogućuju rješavanje sustava jednadžbi. U deformiranom položaju, točka $T_{1,2}$ se dijeli na T_1 i T_2 , pri čemu nema poprečnog razmicanja slojeva, a presjeci imaju isti kut rotacije ($\theta_1 = \theta_2$) (Slika 3(a)).



Slika 3. (a) Shematski prikaz relativnog klizanja između dva sloja dvoslojne grede, (b) promjena temperature po visini presjeka

Relativno klizanje Δu definira se kao razlika horizontalnih pomaka gornjeg ruba donjeg sloja i donjeg ruba gornjeg sloja:

$$\Delta u = u_1 - u_2 + h_0 \theta, \quad (15)$$

gdje je $h_0 = (h_1 + h_2)/2$.

2.2 Model RRR

Budući da kod ovog modela nema klizanja među slojevima, vrijedi $\Delta u = 0$ pa iz jednadžbe (15) možemo izraziti nepoznanicu u_1 preko u_2 i θ . Kombiniranjem prethodnih jednadžbi dolazimo do sustava s tri diferencijalne jednadžbe i tri nepoznanice (u_2 , w i θ):

$$EA_0 u_2'' - E_1 A_1 h_0 \theta'' = 0, \quad (16)$$

$$q_0 + GA_{s0} (w'' - \theta') = 0 \quad (17)$$

$$-GA_{s0} (w' - \theta) - E_2 A_2 h_0 u_2'' - EI_0 \theta'' = 0, \quad (18)$$

gdje su $EA_0 = E_1 A_1 + E_2 A_2$, $GA_{s0} = G_1 A_{s1} + G_2 A_{s2}$, te $EI_0 = E_1 I_1 + E_2 I_2$. Sustav smo riješili pomoću Wolfram Mathematica, dobivajući funkcije $u_2(x)$, $w(x)$ i $\theta(x)$ sa šest konstanti integracije koje se određuju iz šest rubnih uvjeta, ovisno o problemu.

3.3 Model CRR

U ovom modelu dozvoljeno je klizanje ($\Delta u \neq 0$), pa, za razliku od modela RRR, za reduciranje broja nepoznanica ne možemo koristiti jednadžbu (15). Javljaju se četiri nepoznanice (u_1, u_2, w i θ) u sljedeće četiri jednadžbe:

$$E_1 A_1 u_1'' - p_t = 0 \quad (19)$$

$$E_1 A_2 u_2'' + p_t = 0 \quad (20)$$

$$q_0 + GA_{s0} (w'' - \theta') = 0, \quad (21)$$

$$-EI_0 \theta'' - GA_{s0} (w' - \theta) + h_0 p_t = 0. \quad (22)$$

Uvođenjem modula klizanja K_t povezujemo klizanje Δu s tangencijalnim naprezanjima na kontaktu p_t preko linearnog zakona:

$$p_t = \Delta u K_t. \quad (23)$$

Kombiniranjem jednadžbi (19)-(23) dolazimo do diferencijalne jednadžbe za θ :

$$\theta^V - \delta_1 \theta''' + \delta_2 = 0, \quad (24)$$

gdje su koeficijenti δ_1 i δ_2 definirani kao:

$$\delta_1 = K_t \left(\frac{EA_0}{EA_p} + \frac{h_0^2}{EI_0} \right), \quad \delta_2 = \frac{K_t EA_0}{EI_0 EA_p} q_0. \quad (25)$$

Rješenje za $\theta(x)$ ima pet konstanti integracije. Uvrštavanjem tog rješenja u jednadžbe (19)-(23) dobivamo redom rješenja za $p_t(x)$, $\Delta u(x)$, $u_1(x)$, $w(x)$, uz još tri konstante integracije. To je ukupno osam konstanti integracije koje se za specifični problem određuju iz rubnih uvjeta.

3.4 Model ORR

U modelu ORR, klizanje je dozvoljeno, ali bez otpora, pa je $K_t = 0$ i $p_t = 0$. Prethodno rješenje za model CRR nije primjenjivo jer bi se pojavilo dijeljenje s nulom. Uz $p_t = 0$, sustav (19)-(22) možemo zapisati kao:

$$E_i A_i u_i'' = 0 \quad (26)$$

$$GA_{s0}(w'' - \theta') + q_0 = 0 \quad (27)$$

$$-EI_0 \theta'' - GA_{s0}(w' - \theta) = 0 \quad (28)$$

Kombinacijom jednadžbi (27) i (28) dobiva se:

$$-EI_0 \theta''' + q_0 = 0 \quad (29)$$

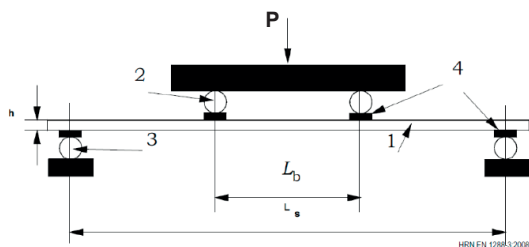
Rješenje za $\theta(x)$ dobiva se s tri konstante integracije, za $w(x)$ s jednom dodatnom konstantom integracije te za $u_1(x)$ i $u_2(x)$ uz četiri dodatne konstante integracije. Ukupno, model ORR ima osam konstanti integracije koje se određuju iz rubnih uvjeta.

3. Eksperimentalni rezultati

Lamelirano staklo često je izloženo kratkotrajnom opterećenju (<30 sekundi) okomitom na svoju ravninu. Deformacija je pod takvim uvjetima složena zbog nesklada modula elastičnosti između stakla i međusloja, ali i zbog svojstava međusloja koja ovise o temperaturi. U ovom radu korišteni su isključivo podaci iz eksperimenta provedenog od strane Huanga i suradnika [4], koji su analizirali dvije vrste međusloja: polivinil butiral (PVB) i Ionoplast SentryGlas® Plus. Ispitivanja su provedena na šest temperatura (25 °C, 40 °C, 50 °C, 60 °C, 70 °C i 80 °C) na uzorcima duljine $L_s = 1000$ mm, sastavljenim od dva sloja kaljenog stakla debljine 5 mm, s međuslojem debljine 0,76 mm. Youngov modul stakla iznosi $E = 70000$ N/mm², a Poissonov koeficijent je prema prednormi EN 16612 2013 [11] uzet kao $\nu = 0,22$. Istraživanje koristi shemu savijanja u četiri točke po normi EN 1288-3:2008, kao što je prikazano na Slici 4, pri čemu je $L_b = 200$ mm. Uzorci su podvrgnuti kratkotrajnim opterećenjima.

Kod potpunog spreznja, lamelirano staklo ponaša se kao monolitno staklo i nema relativnog klizanja kada se progiba. U slučaju nespregnutog presjeka, pretpostavlja se da slojevi stakla djeluju nezavisno i mogu slobodno klizati jedan u odnosu na drugi. Kod djelomičnog spreznja, dolazi do klizanja i prijenosa posmičnih sila između slojeva. Eksperiment je pokazao da se PVB međusloj ponaša kao djelomično spregnuti presjek u

rasponu 25 – 80 °C. Ionoplast pokazuje gotovo potpuno sprezanje na nižim temperaturama, a djelomično sprezanje iznad 50 °C.



Slika 4. Eksperiment savijanja u četiri točke prema normi EN 1288-3:2008 [5]

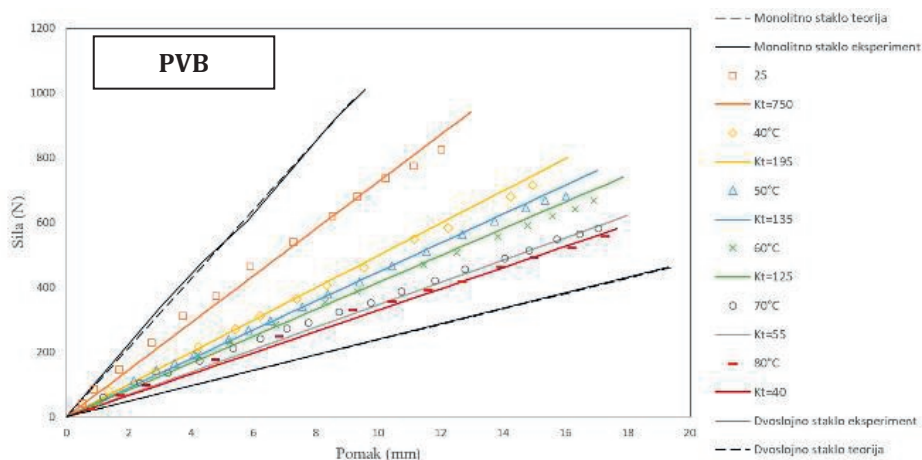
Eksperimentalni rezultati koji prikazuju ovisnost sile P o progibu na sredini nosača dani su na Slikama 5 i 6. Možemo primijetiti da krivulje na grafovima pokazuju približno linearne karakteristike na svim temperaturnim razinama, što upućuje na to da se s dovoljnom točnošću može pretpostaviti da je ponašanje stakla i međusloja linearno elastično. Progibi u ovom eksperimentu iznose otprilike 1 – 2 % u odnosu na duljinu raspona, što ulazi u domenu u kojoj je geometrijski linearna teorija dovoljno točna. Rezultati jasno pokazuju kako se progib PVB i Ionoplast lameliranog stakla povećava se s porastom temperature. Teoretske granice za monolitno i dvoslojno staklo mogu se dobiti korištenjem modela RRR i ORR, slijedom, ili analitičkim izrazima izvedenim po Euler-Bernoullijevoj grednoj teoriji (detalji dani u [12]). Može se uočiti kako za lamelirano staklo s Ionoplastom efektivna krutost u temperaturnim rasponima od 25 °C do 40 °C premašuje onu za monolitno staklo. Razlog tome jest to što je u ovom eksperimentu prosječna debljina lameliranog Ionoplast stakla 10,1 mm, a monolitnog stakla 9,8 mm. Prisutnost Ionoplast međusloja povećava visinu presjeka i posljedično rezultira većom efektivnom krutošću.

4. Kalibracija modela

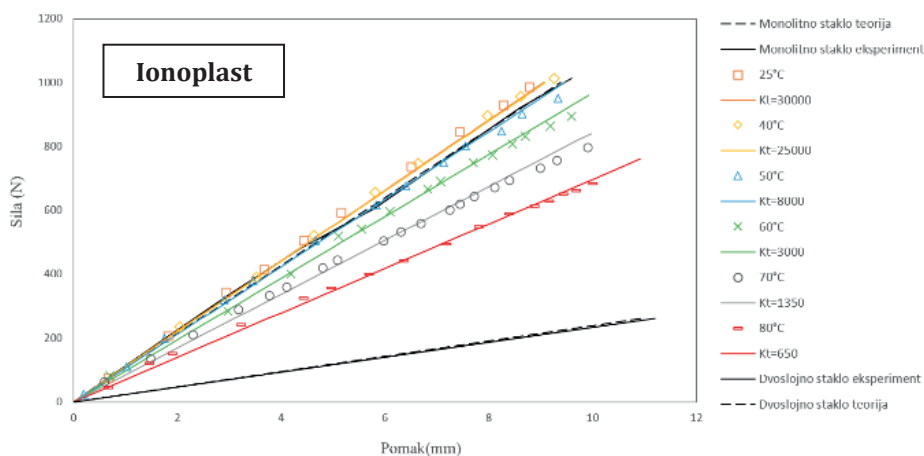
U softveru *Wolfram Mathematica* modelirana je polovica uzorka (zbog simetrije), podijeljena na dva segmenta: segment a (od lijevog oslonca to koncentrirane sile F , koja predstavlja polovicu ukupnog opterećenja na gred: $F = P/2$) i segment b (od koncentrirane sile do sredine nosača). Rubni uvjeti na krajevima uzorka i veza između segmenata (uvjeti kontinuiteta) detaljno su opisani u [12]. Kod modela CRR i ORR imamo ukupno 16 konstanti integracije, a kod modela RRR 12.

Na temelju prikazanih eksperimentalnih rezultata određene su odgovarajuće krutosti međusloja K_t u analitičkom modelu CRR za određenu temperaturu, preko kojeg se također može ocijeniti razina

sprezanja lameliranog stakla. Cilj je bio pronaći vrijednost K_t za koju je podudaranje rezultata eksperimenta i modela pri određenoj temperaturi najbolje. Uočeno je da za PVB K_t značajno pada s porastom temperature, dok je za Ionoplast K_t znatno viši i opada brže nakon 50 °C (Slika 5 i 6). Uz to je potvrđeno da rezultati modela RRR i ORR dobro opisuju ponašanje monolitnog i dvojslojnog stakla, slijedom. Za daljnju analizu uzete su vrijednosti K_t određene na temelju progiba za PVB međusloj (Tablica 1).



Slika 5. Usporedba rezultata sila-pomak modela i eksperimenta za PVB međusloj



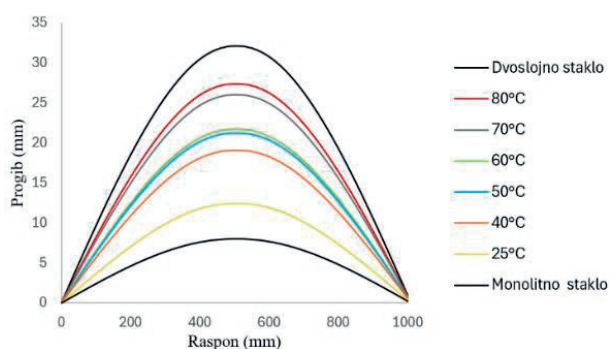
Slika 6. Usporedba rezultata sila-pomak modela i eksperimenta za Ionoplast međusloj

Tablica 1. Određene vrijednosti krutosti K_t pri različitim temperaturama

Temperatura	K_t (N/mm ³)	
	PVB	Ionoplast
25 °C	750	30000
40 °C	195	25000
50 °C	135	8000
60 °C	125	3000
70 °C	55	1350
80 °C	40	650

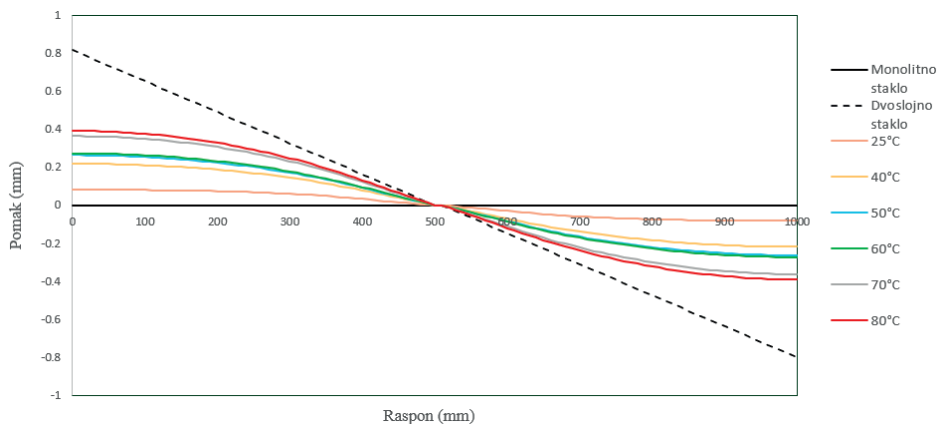
5. Numeričke analize

U nastavku rada prikazana je usporedba progiba staklenih panela pri različitim temperaturama, koristeći se analitičkim rješenjima i prethodno određenim vrijednostima modula klizanja K_t za različite temperature. Analiziran je slučaj jednolike promjene temperature u oba sloja. Za promatrani slučaj, koji je statički određeni sustav, takva promjena temperature uzrokuje samo uzdužno deformiranje slojeva. Međutim, za svaku temperaturu korištene su odgovarajuće vrijednosti krutosti K_t , čime se simulirao gubitak sprežavanja zbog povećanja temperature. Kako je bilo i očekivano, rezultati su pokazali da se povećanjem temperature povećava i progib stakla (Slika 7), zato što se povećanjem temperature smanjuje krutost međusloja, a time i krutost spregnutog nosača koji se stoga lakše savija pod opterećenjem. U simulacijama je korišteno $F = 450$ N, što predstavlja otprilike polovinu najvećeg opterećenja P primijenjenog tijekom eksperimenata [5].

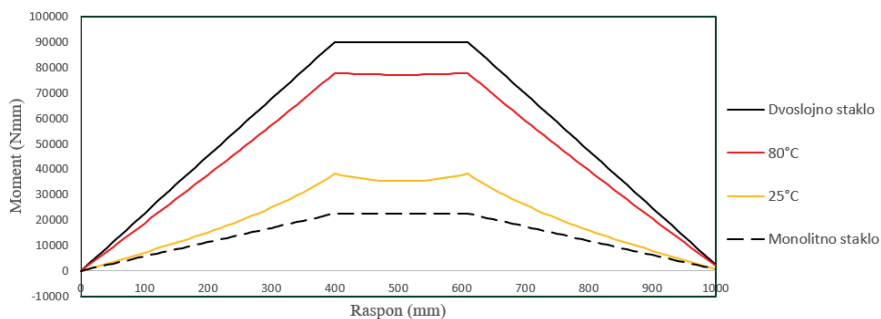
**Slika 7.** Usporedba progibnih linija dobivenih analitičkim rješenjem za razne temperature i granične slučajeve

Analiza rezultata klizanja pokazala je da je Δu između slojeva pri svim ispitanim temperaturama relativno malo, gotovo zanemarivo, što ukazuje na to da je vezni sloj efikasan (Slika 8). Povećanjem temperature smanjuju

se uzdužne sile u slojevima jer kontaktna naprezanja popuštaju te dolazi do većeg stupnja klizanja između slojeva i približavanja ponašanju kakvog imamo kod dvoslojnog stakla. Snižavanjem temperature pak dolazi do povećanja krutosti međusloja, čime se povećavaju uzdužne sile u slojevima i ponašanje se približava onom kakvog imamo kod monolitnog stakla. Poprečna sila u slojevima ostaje konstantna neovisno o temperaturi jer uvjeti na međusloju utječu samo na promjenu uzdužnih sila i momenata. Poprečna sile se za sva stakla uravnotežuju sa zadanim vanjskim opterećenjem ($F = 450\text{N}$) te, zbog toga što su jednake krutosti, svaki sloj preuzima pola ukupne poprečne sile. Moment savijanja u sloju, osim o poprečnim silama, ovisi i o uzdužnim silama. Kako ukupni moment mora biti uvijek isti (bez obzira uvjete na međusloju), povećanje uzdužnih sila u slojevima zbog boljeg sprežanja dovodi do smanjenja momenata savijanja u svakom sloju. Manji momenti u slojevima znače manje progibe. Na Slici 9 prikazani su momentni dijagrami sloja 1 za različite temperature, pri čemu su rezultati identični i za sloj 2.

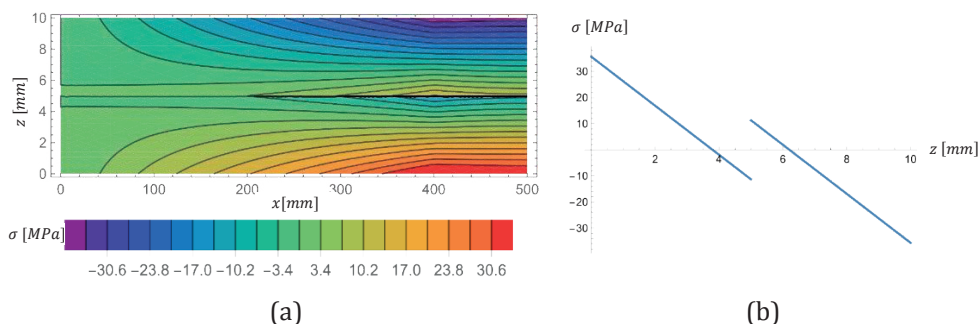


Slika 8. Usporedba klizanja između slojeva pri različitim temperaturama

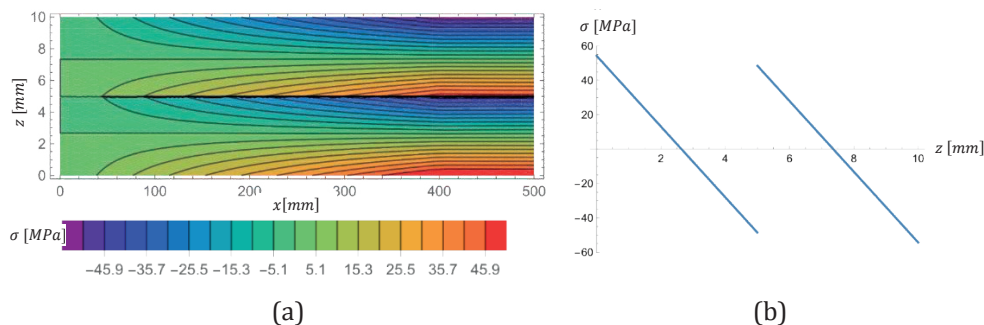


Slika 9: Momentni dijagram sloja 1 za različite razine sprežanja

Dodatno je analizirana raspodjela naprezanja za lamelirano staklo pri 25 °C i 80 °C. Kod 25 °C je ponašanje slično kao kod monolitnog stakla, s relativno malim naprezanjima na kontaktnom sloju i nešto većim naprezanjima na rubovima u odnosu na monolitno staklo (Slika 10). Kod 80 °C vidi se povećanje naprezanja u međusloju i na rubovima te se ponašanje približava dvoslojnom staklu (Slika 11). Uočljivo je povećanje naprezanja od lijevog ruba nosača prema sredini, ali i nepromjenjivost profila naprezanja u zoni čistog savijanja (od 400 do 500 mm). Maksimalna naprezanja u tlaku i vlaku za čitavi nosač pri 25 °C iznose 36 MPa, a pri 80 °C 55 MPa. Dodatne analize pri nejednolikoj promjeni temperature dane su u [12].



Slika 10. Raspodjela naprezanja u zoni čistog savijanja kod jednolike temperature za 25 °C (a) lijeva polovica nosača i (b) kritični poprečni presjek



Slika 11. Raspodjela naprezanja kod u zoni čistog savijanja jednolike temperature za 80 °C (a) lijeva polovica nosača i (b) kritični poprečni presjek

6. Zaključak

U radu je istražen utjecaj toplinskih učinaka na ponašanje lameliranog stakla uz usporedbu s monolitnim staklom i dvoslojnim staklom. Izvedeno je analitičko rješenje koje je primjenjivo za različite tipove spregnutih

nosača, pri čemu se materijalne i geometrijske osobine svakog sloja mogu zadavati neovisno. Analizom eksperimentalnih rezultata pokazano je da povećanje temperature uzrokuje postupno popuštanje međusloja u lameliranom staklu. Kada se eksperimentalno utvrdi ovisnost krutosti međusloja o temperaturi, iz modela je moguće odrediti raspodjelu unutrašnjih sila i normalnih naprezanja u svakom sloju, deformacije sustava, relativno klizanje na kontaktu te kontaktna naprezanja. U model se može zadavati jednolika i nejednolika promjena temperature po visini svakog sloja, što je posebno relevantno kod analiza lameliranog stakla pri različitim temperaturama interijera i eksterijera te analiza pri povišenim temperaturama. Razvijeni analitički model može se primijeniti i kod statički neodređenih nosača koji su posebno osjetljivi na toplinske deformacije.

Literatura

- [1] Bulić, M. (2023) Osnove spregnutih konstrukcija. Predavanja. Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet.
- [2] Buljan, N. (2024) Lagane konstrukcije. Predavanja. Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet.
- [3] Bittner, T., Tej, P., Bouška, P., Špaček, M. i Vokáč, M. (2014) Deformation Properties of Laminated Glass Subjected to Increased Temperature. *Applied Mechanics and Materials*, 486, str. 66–71.
- [4] Antolinc, D. (2020) Three-Point Bending Test of Laminated Glass With PVB and EVA Interlayers at Elevated Temperature. U: *Challenging Glass 7: Conference on Architectural and Structural Applications of Glass*, ur. Belis, Bos & Louter, Ghent University, str. 1–12.
- [5] Huang, X., Liu, G., Liu, Q. i Bennison, S. J. (2014) The Flexural Performance of Laminated Glass Beams under Elevated Temperature. *Structural Engineering and Mechanics*, 52(3), str. 603-612.
- [6] Galuppi, L., Royer-Carfagni, G. (2012) Effective Thickness of Laminated Glass Beams: New Expression via a Variational Approach, *Engineering Structures*, 38, str. 53-67.
- [7] Galuppi, L., Royer-Carfagni, G. (2013) The Effective Thickness of Laminated Glass: Inconsistency of the Formulation in a Proposal of EN-Standards, *Composites Part B: Engineering*, 55, str. 109-118.
- [8] Galuppi, L., Royer-Carfagni, G. (2014) Enhanced Effective Thickness of Multi-Layered Laminated Glass, *Composites Part B: Engineering*, 64, str. 202-213.
- [9] Feldmann, M., Kaspar, R., Abeln, B., Gessler, A., Langosch, K., Beyer, J., Schneider, J., Schula, S., Siebert, G., Haese, A., Wellershoff, F., Cruz, P., Belis, J., Colvin, J., Morgan, T., Ensslen, F., Eliasova, M., Šulcová, Z., Royer-Carfagni, G., Galuppi, L., Grenier, C., Hoegner, H., Kruijs, R., Louter, C., Manara, G., Neugebauer, J., Rajcic, V., Zarnic, R. (2014) Guidance for European Structural

Design of Glass Components. EUR 26439. Luksemburg. Publications Office of the European Union. JRC86637

- [10] Siciliano, A.F., Škec, L., Jelenić, G. (2021) Closed-Form Solutions for Modelling the Rotational Stiffness of Continuous and Discontinuous Compliant Interfaces in Two-Layer Timoshenko Beams. *Acta Mechanica*, 232, str. 2793-2824.
- [11] Prednorma prEN 16612 (2013) CEN, Glass in building – Determination of the Strength of Glass Panes – Experimental Evaluation and Design of Safety Factors, Brussels: European Committee for Standardization.
- [12] Veljačić, V. (2024) Analitičko rješenje za dvoslojnu kompozitnu gredu s popustljivim veznim slojem primijenjeno u analizi termalnih efekata kod lameliranog stakla. Diplomski rad. Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet.