

GRAFOSTATIČKA, NUMERIČKA I EKSPERIMENTALNA ANALIZA ZIDANOG POLUKRUŽNOG LUKA

GRAPHIC STATIC, NUMERICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF A SEMICIRCULAR MASONRY ARCH

Paulo Šćulac, Dominika Milić-Toljušić*

Sažetak

U radu je prikazana analiza nosivosti zidanog polukružnog luka za opterećenje vertikalnom koncentriranom silom u četvrtini raspona. Proračun zidanih lučnih konstrukcija svodi se na problem geometrije, dok je provjera čvrstoće od sporednog značenja. Ukoliko je moguće pronaći potpornu liniju koja se nalazi unutar geometrije luka u ravnoteži s vanjskim opterećenjem, tada je luk stabilan. Principom virtualnog rada određena je granična vrijednost sile pri kojoj dolazi do gubitka stabilnosti. Rezultati su zatim uspoređeni s rezultatima dobivenim eksperimentalno na drvenom modelu luka, gdje je opterećenje postepeno povećavano sve do rušenja luka.

Ključne riječi: zidane konstrukcije, polukružni luk, potporna linija, mehanizmi sloma

Abstract

This paper presents the structural analysis of a masonry semicircular arch loaded with a point force at quarter span. The analysis of masonry arch structures is based on the arch geometry instead on its strength. The arch is stable if a thrust line in equilibrium with the external load can be found within the arch geometry. Using the principle of virtual work the limit force at which the arch collapses is determined. The results were finally compared with experimentally obtained results on a timber arch model, where the load was gradually increased until the arch collapsed.

Key words: masonry structures, semicircular arch, thrust line, collapse mechanisms

* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka
E-mail: paulo.sculac@uniri.hr, dmilic@student.uniri.hr

1. Uvod

Zidani lukovi i svodovi su uz drveni grednik bili osnovni stropni sustav sve do izuma armiranog betona. Iako je očito da je gradnja lukova i svodova zahtijevala specifična znanja o pravilnom odabiru oblika i samih dimenzija lukova, ta znanja do danas nisu u potpunosti sačuvana. Nije poznato kojim su se metodama analize konstrukcija služili antički graditelji lukova, no na temelju brojnih sačuvanih lučnih i svođenih konstrukcija može se zaključiti da su one bile prilično učinkovite.

Proračun zidanih konstrukcija bio je zanemarivan desetljećima. Naime, uvođenjem armiranog betona krajem 19. stoljeća, zidane konstrukcije gube svoj primat. 1995. godine objavljena je norma *ENV 1996 - Projektiranje zidanih konstrukcija*, gdje su uvedeni postupci za proračun zidanih zidova. U svakom slučaju, jednostavni inženjerski postupci za analizu zidanih lukova i svodova nisu bili obuhvaćeni ovom normom, a također nisu predloženi niti u njezinoj novoj verziji iz 2005. godine.

Inovativni pristup u analizu zidanih konstrukcija uveo je Jacques Heyman 1966. godine [1], primijenivši načela proračuna prema teoriji plastičnosti, a koja su izvorno bila razvijena za čelične okvire. Postavio je tri ključne pretpostavke [1,2]:

1) *Ziđe ima beskonačnu tlačnu čvrstoću.* Ziđe dobro prenosi tlačna naprezanja, a naprezanja u povijesnim građevinama su uobičajeno za jedan red veličine manja od tlačne čvrstoće kamena [3]. Ta je tvrdnja točna ako razmatramo srednje tlačno naprezanje. Time se želi naglasiti kako do sloma neće doći zbog prekoračenja tlačne čvrstoće (tj. do drobljenja kamena ili opeke), već zbog gubitka stabilnosti. To ne znači da se ne mogu pojaviti koncentracije naprezanja.

2) *Ziđe nema vlačnu čvrstoću.* Iako kamen ima neku malu vlačnu čvrstoću, sljubnice mogu biti neispunjene mortom ili mort tijekom vremena može degradirati, što čini vlačnu čvrstoću ziđa gotovo zanemarive vrijednosti u usporedbi s tlačnom čvrstoćom ziđa. Najčešće će uslijed vlačnih sila u ziđu doći do gubitka adhezije između morta i blokova prije nego li dođe do vlačnog sloma morta [4]. Ova je pretpostavka konzervativna.

3) *Nema klizanja između blokova.* Ovime se pretpostavlja beskonačna vrijednost koeficijenta trenja, što nije sasvim točno (obično se kreće oko 0,6-0,75 [3]). Klizanje blokova vrlo se rijetko događa kod zidanih lukova. Potrebna je mala vrijednost tlačne sile kako ne bi došlo do proklizavanja blokova i gubitka kohezije.

U skladu s ovim pretpostavkama ziđe se ponaša kao skup krutih tijela koje na okupu drže tlačne sile na kontaktu [2]. Proračun naprezanja je od sporednog značenja. Slom konstrukcije se ne događa zbog prekoračenja nosivosti, već zbog gubitka stabilnosti; slom nastaje formiranjem dovoljnog

broja zglobova i pretvaranjem sustava u labilni mehanizam, bez otkazivanja materijala.

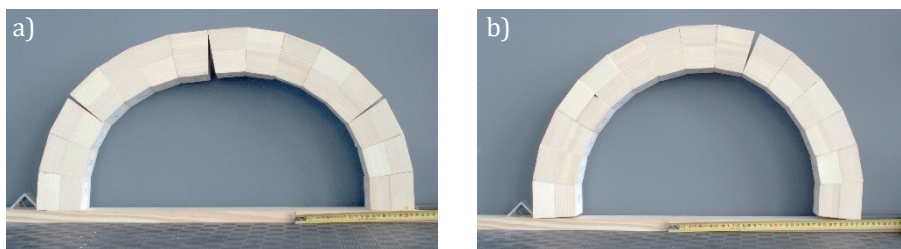
Uz pomoć ovih pretpostavki moguće je primijeniti teoriju plastičnosti na zidane konstrukcije. Vezano uz to potrebno je pojasniti sljedeće teoreme[5]:

a) statički teorem teorije plastičnosti (*teorem sigurnosti*): opterećenje koje odgovara statički mogućem stanju, pri kojem su zadovoljeni uvjeti ravnoteže i uvjet popuštanja, manje je od graničnog (slomnog) opterećenja. Ovim je teoremom predstavljena donja granica graničnog opterećenja.

b) kinematički teorem teorije plastičnosti (*teorem nesigurnosti*): opterećenje dobiveno principom virtualnog rada za kinematički moguće stanje veće je od graničnog opterećenja. Ono predstavlja gornju granicu graničnog opterećenja.

Na Slici 1 prikazan je utjecaj promjene raspona luka na umanjenom drvenom modelu. Luk se treba prilagoditi novonastalom stanju uslijed pomaka oslonaca. Između blokova nema klizanja; blokovi su kruta tijela pa nema deformacija, čime jedino moguće rješenje postaje rotacija blokova i otvaranja pukotina, koje se mogu idealizirati zglobovima [2]. U oba je slučaja došlo do promjene statičkog sustava - formiranjem zglobova luk se pretvorio u statički određeni sustav (trozglobni luk). Slika 2 prikazuje primjer formiranja zglobova na kamenom luku.

Istraživanje u nastavku sastoji se od tri dijela: grafostatičkog postupka određivanja potporne linije, numeričkog postupka određivanja graničnog opterećenja principom virtualnog rada te, naposljetku, eksperimentalne simulacije i usporedbe rezultata. Razmatran je polukružni luk konstantne debljine koji se sastoji od 15 jednakih blokova (Slika 3). Težina jednog bloka iznosi 1,844 N.

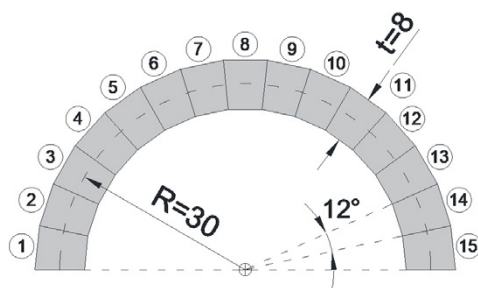


Slika 1. Otvaranje zglobova uslijed promjene raspona luka:
a) povećanje raspona, b) smanjenje raspona [6]



Slika 2. Otvaranje zglobova na primjeru kamenog luka (Dvojna vrata u Puli)

Polumjer središnje osi luka R iznosi 30 cm, debljina luka t jednaka je 8 cm, a i širina luka (mjereno okomito na ravninu luka) također iznosi 8 cm. Geometrijski omjer t/R iznosi 0,27, što je 2,5 puta veće od najmanje vrijednosti ($t/R=0,1075$) koju treba zadovoljiti za polukružni luk opterećen vlastitom težinom [7]. Analizirano je djelovanje koncentrirane sile u četvrtini raspona luka, koje prema [2] predstavlja kritičnu provjeru. Budući da na eksperimentalnom modelu nije bilo moguće nanijeti silu točno u četvrtini raspona (jer se četvrtina luka nalazi upravo na spoju 5. i 6. bloka), provedene su analize kada sila djeluje u težištu 5. bloka te u težištu 6. bloka.



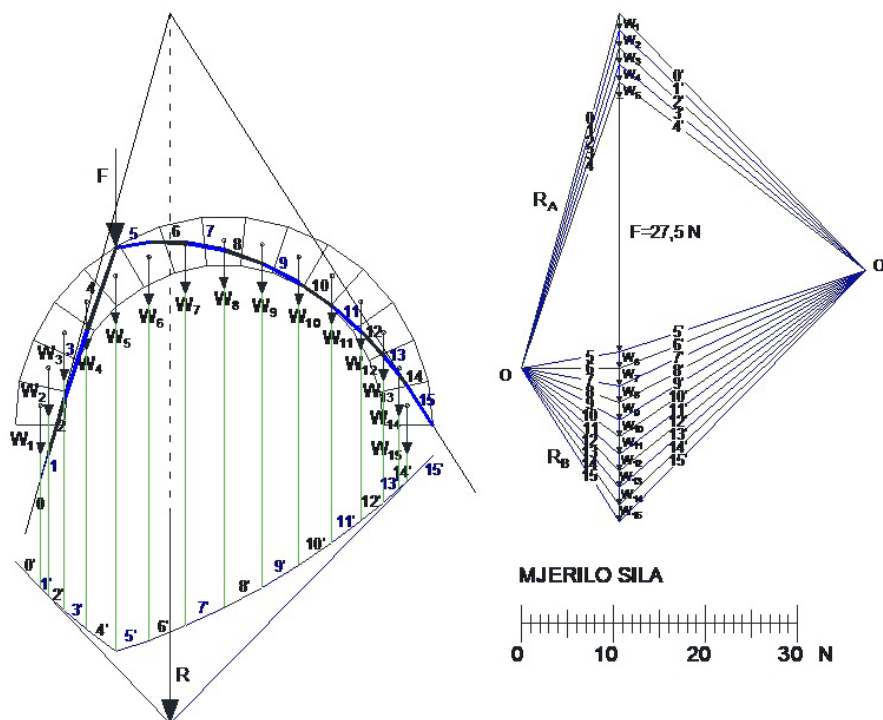
Slika 3. Geometrija modela i numeracija blokova

2. Grafostatički postupak određivanja potporne linije

Potporna (ili tlačna) linija je krivulja koja spaja hvatišta tlačnih sila u presjecima luka. Njome se definira ekscentricitet djelovanja tlačne sile u presjeku luka, tj. što se potporna linija nalazi bliže težišnoj liniji luka to će i momenti savijanja u luku biti manji [8]. U slučaju jednoliko raspodijeljenog opterećenja, potporna linija ima oblik krivulje, dok je u slučaju koncentriranih sila potporna linija razlomljena.

Prema statičkom teorem, ukoliko je moguće pronaći statički dopušteno ravnotežno stanje, tada je konstrukcija sigurna bez obzira na to odgovara li to stanje stvarnom stanju. Odnosno, ako je moguće pronaći bar jednu potpornu liniju u ravnoteži s vanjskim opterećenjem koja se u potpunosti nalazi unutar geometrije luka, tada je luk stabilan. To daje teorijsku osnovu za grafostatički postupak pronalaska potporne linije [2,3].

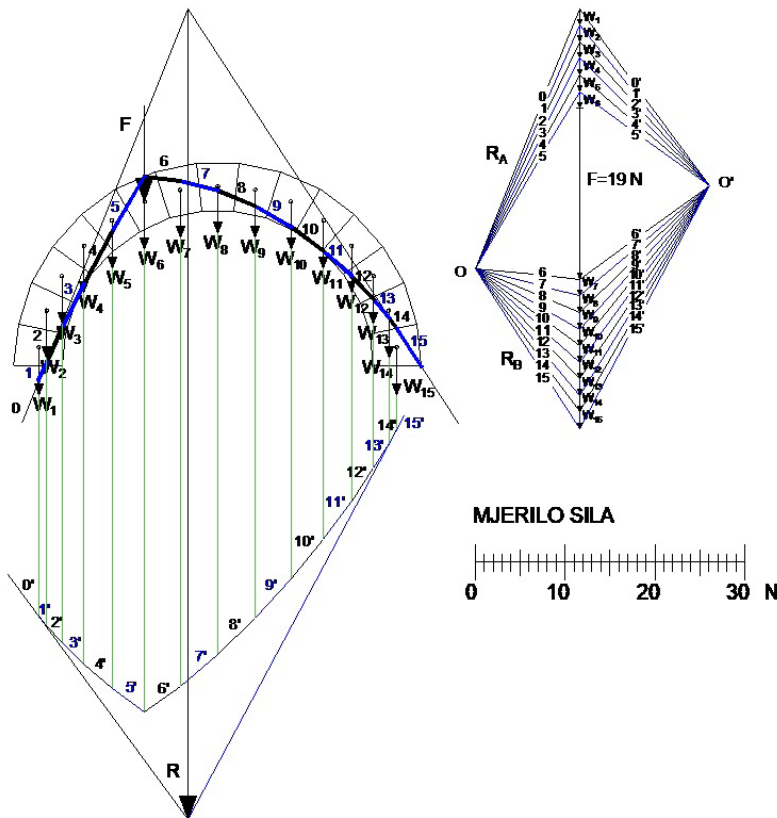
Postupak pronalaska potporne linije može se pronaći u [8, 9], a ukratko je opisan u nastavku. Luk je potrebno podijeliti na segmente (Slika 4). Zbog jednostavnosti, ovdje je zadržana podjela na 15 trapeznih blokova, iako se uobičajeno luk dijeli na vertikalne segmente (lamele).



Slika 4. Potporna linije za slučaj djelovanja koncentrirane sile na 5. bloku

Za svaki se blok i ($i=1, \dots, N$ gdje je N ukupan broj blokova) određuje vlastita težina W_i , koja se zadaje kao koncentrirana sila koja djeluje u težištu pojedinog bloka i . Zatim se crta verižni poligon sila, gdje je O' proizvoljno odabrani pol. Prenošanjem polnih zraka $0', 1', 2', \dots, N'$ ispod luka u duljini pojedinog segmenta pronalazi se pravac reakcije R . Na tom se pravcu trebaju sjeći reakcije R_A i R_B . Kako u ovom primjeru tražimo najveću vrijednost opterećenja koji luk može nositi, smjer reakcija R_A i R_B potrebno je odabrati imajući na umu četiri točke (zgloba) u kojima će potporna linija tangirati vanjske konture luka (naizmjenično na intradosu i ekstradosu). Tako odabrane reakcije R_A i R_B definiraju novi pol O , pa se zatim crtaju nove polne zrake $0, 1, 2, \dots, N$ koje se naposljetku prenose unutar geometrije luka te se tako dobiva potporna linija.

Najveća vrijednost sile za koju je bilo moguće pronaći potporna liniju unutar geometrije luka (metodom pokušaja i pogreške povećavanjem opterećenja u koracima) iznosi 27,5 N i 19 N redom za opterećenje u težištu 5. te 6. bloka.

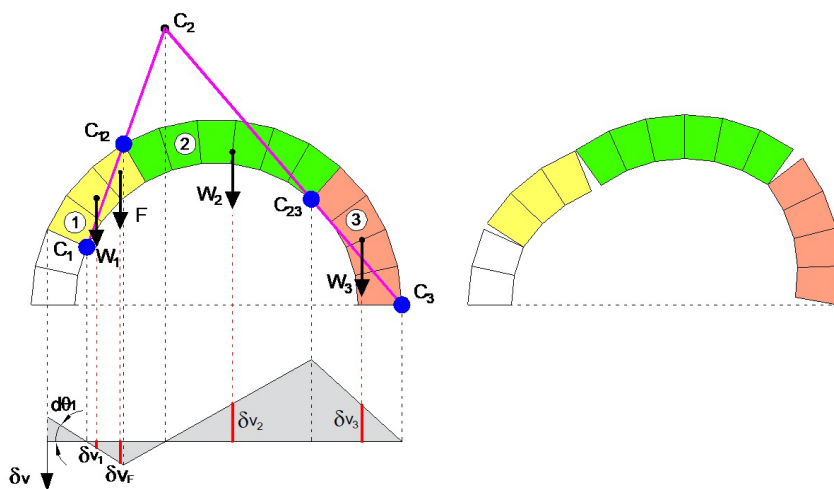


Slika 5. Potporna linija za slučaj djelovanja koncentrirane sile na 6. bloku

3. Numerički postupak određivanja graničnog opterećenja principom virtualnog rada

Analizira se prelazak konstrukcije u labilni mehanizam. Konstrukciju treba pretvoriti u kinematički dopustiv mehanizam uvođenjem dovoljnog broja zglobova. Za konstrukciju koja je n puta statički neodređena potrebno je postaviti $n + 1$ zglob kako bi se konstrukcija pretvorila u mehanizam. Drugim riječima, za obostrano upeti luk ($n=3$) potrebno je formiranje 4 zglobova kako bi sustav postao mehanizam (iznimno potrebno je 5 zglobova za slučaj simetričnog opterećenja). Zglobovi se raspoređuju naizmjenično po intradosu i ekstradosu luka. Luk se time transformira u sustav krutih tijela (sastavljenih od više blokova) međusobno povezanih zglobovima. Uslijed vanjskog opterećenja ili pomaka oslonaca može doći samo do rotacije u zglobovima [2].

U nastavku je prikazan postupak određivanja graničnog opterećenja principom virtualnog rada [3]. Zadaje se virtualni pomak na način da se tijelo 1 zarotira za jedinični kut $d\theta_1$, te se crta plan pomaka (Slika 6).



Slika 6. Jedan od kinematički dopustivih mehanizama

Prema principu virtualnog rada, rad vanjskih sila na virtualnim pomacima (V_e) jednak je radu unutarnjih sila na virtualnim deformacijama (V_i):

$$V \equiv V_e + V_i = 0. \quad (1)$$

Kako je riječ o krutim tijelima, rad unutarnjih sila V_i jednak je nuli, pa analiziramo samo rad vlastite težine luka i rad vanjske koncentrirane sile.

Virtualni rad vlastite težine luka jednak je:

$$V_{e,vt} = \sum_{i=1}^n W_i \cdot \delta v_i, \quad (2)$$

gdje je n – broj krutih tijela, W_i – težina krutog tijela i (s hvatištem u težištu tijela i), δv_i – virtualni pomak krutog tijela i . Ovdje treba uočiti kako neki blokovi mogu ostati u početnom položaju, tj. bez pomaka (u ovom primjeru dva donja lijeva bloka ostaju u početnom položaju).

Virtualni rad vanjske koncentrirane sile F jednak je:

$$V_{e,F} = F \cdot \delta v_F,$$

pri čemu je δv_F – virtualni pomak sile F .

Konačno, tražena vrijednost graničnog opterećenja F dobiva se iz:

$$F = - \frac{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \delta v_i}{\delta v_F}.$$

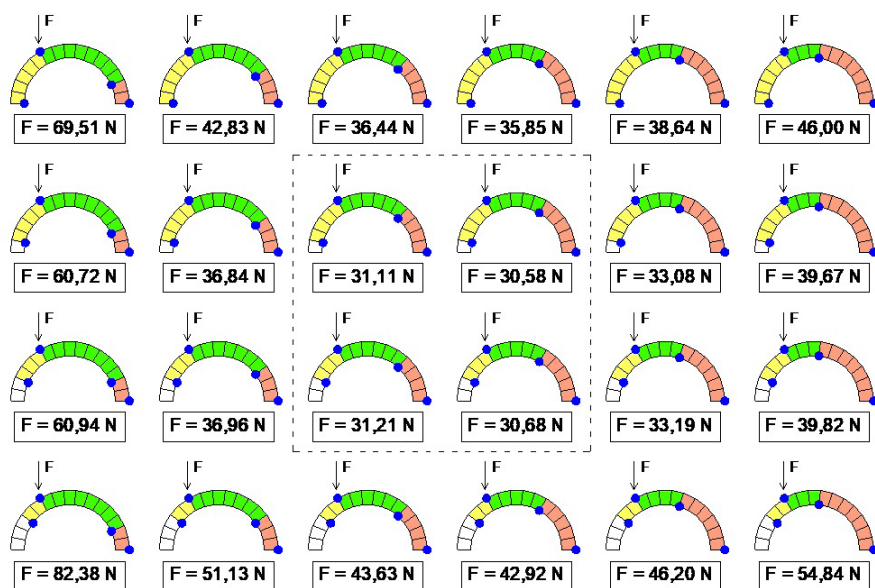
Za odabrani mehanizam na Slici 6 dobiva se:

$$F = - \frac{3W \cdot 27,65 + 6W \cdot (-172,56) + 4W \cdot (-165,08)}{95,28} = 16,926 W.$$

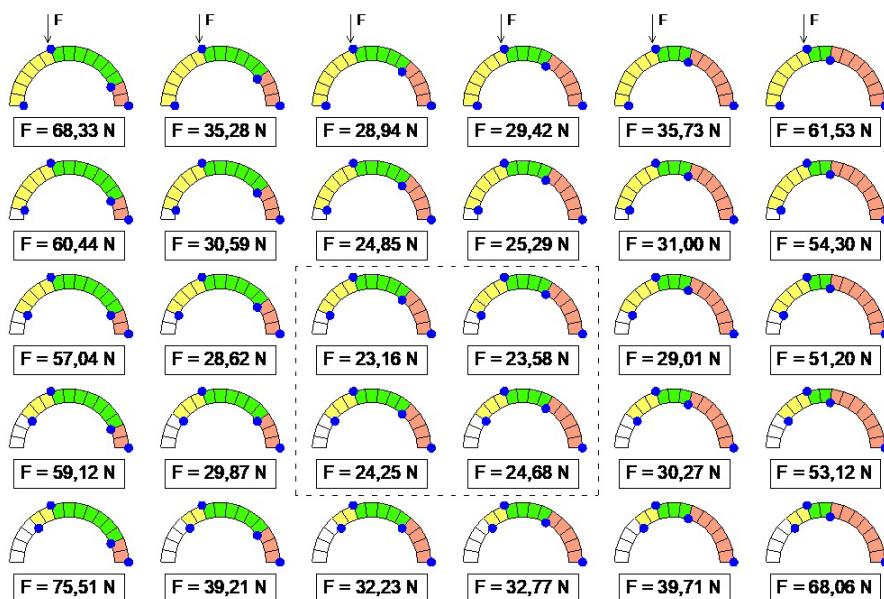
Uvrštavanjem težine bloka W koja iznosi 1,844 N, dobiva se granično opterećenje od $F = 31,21$ N.

Provedena je detaljnija analiza u kojoj su promatrana 24 različita kinematički dopustiva mehanizma za slučaj kada koncentrirana sila djeluje na 5. bloku (Slika 7): dva su zgloba na ekstradosu zadržana uvijek na istom mjestu (drugi zglob između 5. i 6. bloka te četvrti zglob na desnom osloncu), dok se druga dva zgloba na intradosu u različitim pozicijama: prvi je zglob na fiksnoj poziciji unutar reda, dok je treći zglob nepromijenjen unutar stupca. Ukupan broj kinematički dopustivih mehanizama veći je od 24, ali kako su najmanje vrijednosti graničnog opterećenja dobivene za mehanizme u sredini Slike 7, nema opravdanog razloga analizirati dodatne mehanizme koji bi se nalazili desno (tj. kada se treći zglob pomiče ulijevo) ili dolje (tj. kada se prvi zglob pomiče prema gore). Prema kinematičkom teoremu, dobivene vrijednosti predstavljaju gornju granicu stvarnog graničnog opterećenja, pa je potrebno odabrati najmanju vrijednost koja proizlazi iz svih dopustivih mehanizama jer je ona najbliža graničnom opterećenju, što iznosi 30,58 N.

Na Slici 8 prikazana je parametarska analiza, pri čemu je razmatrano 30 slučajeva kinematički dopustivih mehanizama kada opterećenje djeluje na 6. bloku (za različit raspored zglobova, analogno kao gore). Najmanja vrijednost opterećenja u ovom slučaju iznosi 23,16 N.



Slika 7. Analiza kinematički dopustivih mehanizama kada opterećenje djeluje na 5. bloku



Slika 8. Analiza kinematički dopustivih mehanizama kada opterećenje djeluje na 6. bloku

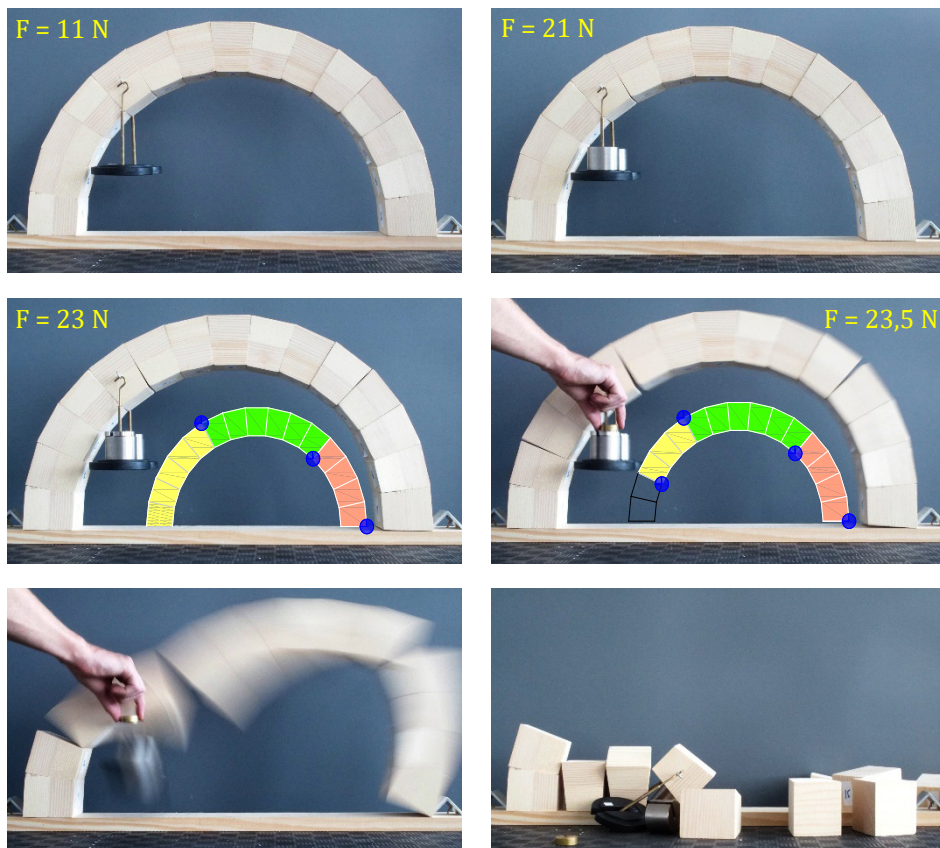
4. Eksperiment

Eksperimentalno istraživanje provedeno je na modelu koji se sastoji od 15 blokova i podloge [6]. Na Slici 9 može se vidjeti eksperimentalni postav te prikaz slaganja modela pomoću kartonske oplate, kojoj se donji rub može presaviti kako bi se oplata mogla spustiti i izvaditi. Blokovi su slagani u suho. Ispod modela postavljena je mekana podloga kao zaštita blokova od oštećenja pri rušenju luka. Za izradu modela odabrano je drvo, što zbog jednostavnosti izrade, što zbog mogućnosti izvođenja većeg broja testova, a da pritom ne dođe do znatnog oštećenja blokova. Iako se lukovi ne grade od drva (drvo se uobičajeno koristi za izradu oblučila i skela za gradnju lukova), čvrstoća materijala za izradu razmatranog modela nije bitna jer se analiza zidanih lukova zapravo svodi na problem geometrije. Blokovi su izrezani od drvene grede dimenzija 8x8 cm, a plohe nakon rezanja nisu dodatno obrađene kako bi površina ostala blago hrapava i time osiguran veći koeficijent trenja. Kao oslonci korišteni su L profili vijcima pričvršćeni za drvenu podlogu na način da je otvorena strana profila postavljena prema dolje. Time je spriječen horizontalni pomak blokova 1 i 15, a istovremeno je omogućena rotacija tih blokova, tj. otvaranje zglobova. Za simulaciju opterećenja korišteni su utezi od 0,5 N, 1 N, 2 N i 5 N, koji su za 5. ili 6. blok modela ovješeni pomoću kuka. Opterećenje je postepeno povećavano u koracima sve do rušenja luka. Luk je fotografiran u svakom koraku.

Na Slici 10 prikazan je proces pretvaranja luka u mehanizam za slučaj kada opterećenje djeluje u težištu 5. bloka. Može se jasno uočiti rotacija blokova i formiranje zglobova naizmjenično na ekstradosu i intradosu: između 5. i 6. bloka, 11. i 12. bloka te na desnom osloncu (srednji red lijevo).



Slika 9. Eksperimentalni postav [6]



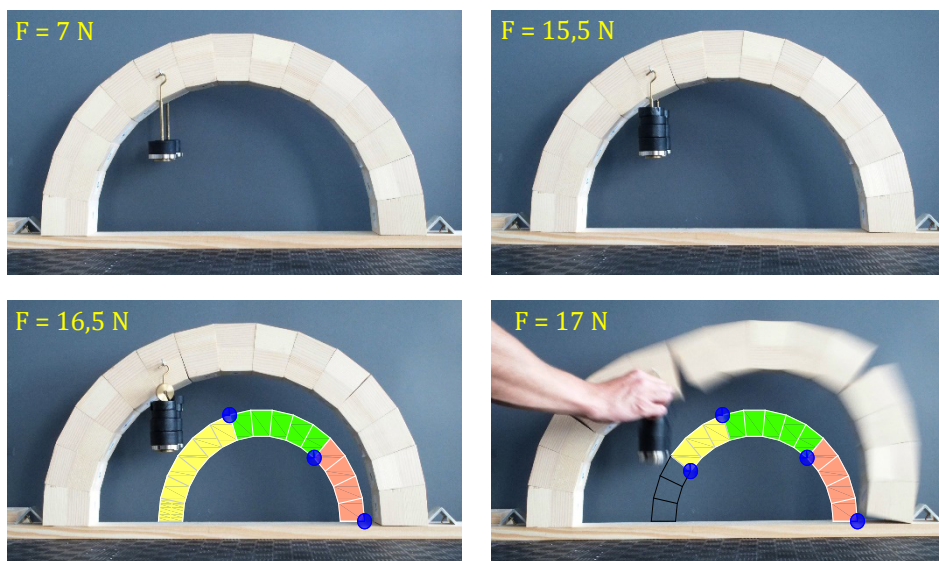
Slika 10. Ispitivanje najveće vrijednosti koncentrirane sile na drvenom modelu kada opterećenje djeluje na 5. bloku: tri zgloba – luk je stabilan; četiri zgloba – luk postaje mehanizam [6]



Slika 11. Detalj otvaranja zglobova pri sili $F=23 \text{ N}$ [6]

Formiranjem tri zgloba luk je postao statički određeni sustav – trozglobni luk. Povećanjem opterećenja dolazi do otvaranja četvrtog zgloba između 2. i 3. bloka čime luk gubi sposobnost prijenosa opterećenja te se pretvara u mehanizam (Slika 10, srednji red desno). Najveća vrijednost sile koju luk može nositi iznosi 23 N. Na Slici 11 dan je uvećani prikaz zglobova pri sili od $F=23$ N (u koraku opterećenja neposredno prije rušenja).

Postupak pretvaranja sustava u labilni mehanizam kada koncentrirano opterećenje djeluje u težištu 6. bloka prikazan je na Slici 12. Najveća vrijednost sile koju luk može preuzeti iznosi 16,5 N. Pri opterećenju od 17 N dolazi do otvaranja četvrtog zgloba i pretvaranja sustava u mehanizam.



Slika 12. Ispitivanje najveće koncentrirane sile na drvenom modelu kada je opterećenje na 6. bloku [6]

5. Diskusija rezultata

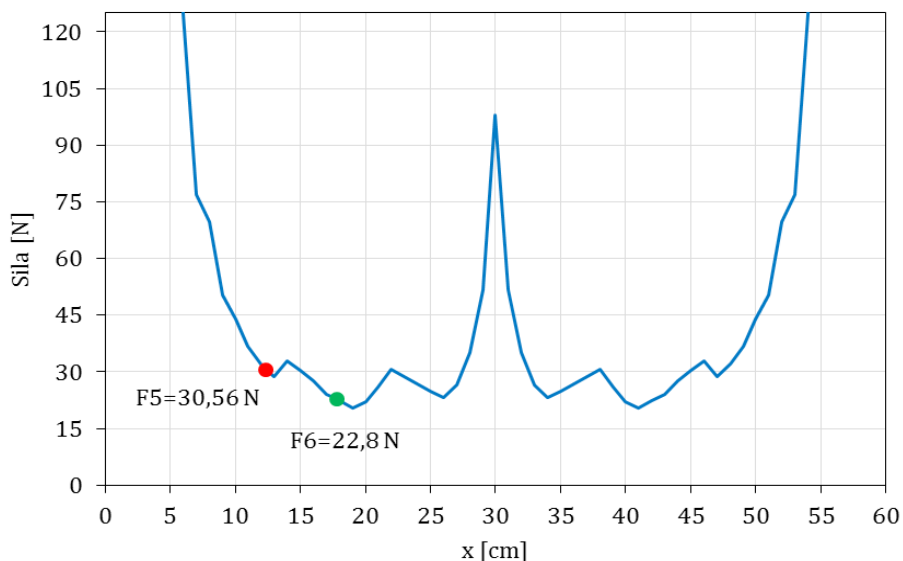
U Tablici 1 prikazana je usporedba vrijednosti graničnog opterećenja. Stvarno se granično opterećenje nalazi između vrijednosti dobivenih grafostatičkim postupkom (donja vrijednost) i kinematičkim postupkom (gornja vrijednost). Eksperimentalnim ispitivanjem dobivene su nešto manje vrijednosti: 16,4 % manja vrijednost za opterećenje na 5. bloku, te 13,2 % manja vrijednost za opterećenje na 6. bloku u usporedbi s grafostatičkim postupkom. To nije neočekivano, te je posljedica nesavršenosti drvenog modela. Tako primjerice DeJong i sur. [10] pri izradi numeričkog modela predlažu smanjenje debljine luka iz eksperimenta: i) uslijed zaobljenja vrhova blokova pri rušenju smanjenje 10-15 %, te

ii) dodatnih 5-10 % smanjenja zbog promjena u dimenzijama blokova i nesavršenosti geometrije (za slučaj kada blokovi ne naliježu idealno jedan uz drugog ili postoje odstupanja u geometriji luka).

Tablica 1. Usporedba graničnog opterećenja

Položaj opterećenja	Grafostatički postupak	Kinematički postupak	Eksperiment
5. blok	27,5 N	30,58 N	23,0 N
6. blok	19,0 N	23,16 N	16,5 N

Iako blokovi 5 i 6 nisu jako udaljeni, dobivena je značajna razlika u vrijednosti granične sile, što nije bilo očekivano. Kako bi dodatno provjerili prethodne rezultate uz pomoć računalnog programa *Arco* [11], koji se temelji na statičkom teoremu teorije plastičnosti, istražene su potporne linije variranjem položaja i veličine koncentrirane sile uzduž raspona luka. Za svaki je položaj zabilježena najveća vrijednost opterećenja pri kojoj se potporna linija nalazi unutar geometrije luka, a rezultati su prikazani na Slici 13. Također, označene su i vrijednosti granične sile kada sila djeluje u težištu 5. bloka ($x=12,36$ cm) i težištu 6. bloka ($x=17,79$ cm) te se uočava kako su vrlo bliske ranije prikazanim vrijednostima.



Slika 13. Ovisnost najveće vrijednosti koncentrirane sile i položaja djelovanja sile uzduž raspona luka

Kritični položaj koncentrirane sile na razmatranom modelu s 15 blokova ne nalazi se točno u četvrtini raspona, već je pomaknut prema središtu luka ($x=0,317 L$), tj. kritični položaj opterećenja bliže je trećini raspona luka.

Usporedimo li mjerodavne mehanizme, može se uočiti kako položaj zglobova u mehanizmu koji se aktivirao u eksperimentu nije jednak mehanizmu koja prema kinematičkom postupku daje najmanju vrijednost graničnog opterećenja. Detaljnijim pregledom mehanizama na Slikama 7 i 8 može se uočiti kako taj mehanizam ipak pripada skupini od četiri mehanizma s najmanjim vrijednostima graničnih opterećenja (označeni mehanizmi u sredini Slike 7 i 8).

6. Zaključak

U ovom radu razmatrani su različiti postupci određivanja graničnog opterećenja na polukružnom luku. Iako se grafička metoda u današnje vrijeme može činiti uistinu neatraktivna, ona može biti vrlo korisna kao alat za preliminarni pronalazak potporne linije u luku i općenito razumijevanje ponašanja lukova.

Određivanje graničnog opterećenja principom virtualnog rada temelji se na analizi prelaska konstrukcije u labilni mehanizam. Pritom je potrebno razmotriti različite slučajeve kinematički dopustivih mehanizama. Eksperimentalno istraživanje može poslužiti kod odabira mjerodavnog rasporeda zglobova u mehanizmu (četiri zgloba raspoređena naizmjenično na intradosu i ekstradosu luka). Eksperimentom je pokazano kako do sloma dolazi bez otkazivanja materijala.

Bez obzira na korišteni postupak, položaj zglobova u mjerodavnom mehanizmu se značajno ne razlikuje.

Vezano uz položaj opterećenja, iako blokovi 5 i 6 nisu jako udaljeni, dobivena je znatna razlika u vrijednosti granične sile. Kritični položaj koncentrirane sile nalazi se u trećini raspona luka.

Bez obzira na danas dostupne komercijalne računalne programe za proračun zidanih lukova i svodova (poput npr. *Arco* [11], *Archie-M* [12], *Aedes.SAV* [13], *LimitState:RING* [14], *HiStrA Arches and Vaults* [15]), prikazani postupci mogu poslužiti kao jednostavan i lako dostupan alat ne samo u analizi lučnih konstrukcija, već i zidanih konstrukcija općenito.

Zahvala. Rad je nastao kao rezultat istraživanja na znanstvenim projektima „Ocjena stanja zidanih lukova i svodova“ (ZIP-UNIRI-1500-3-20) i „Poboljšanje proračunskih modela za ocjenu stanja građevinskih konstrukcija“ (uniri-tehnic-18-127) provedenih uz potporu Sveučilišta u Rijeci.

Literatura

- [1] Heyman, J. (1966.) The Stone Skeleton, *International Journal of Solids and Structures*, 2, str. 249-279.
- [2] Heyman, J. (1982.) *The Masonry Arch*, Ellis Horwood Limited.
- [3] Roca, P., Laurenco, P.B., Gaetani, A. (2019.) *Historic Construction and Conservation: Materials, Systems and Damage*, CRC Press.
- [4] Como, M. (2017) *Statics of Historic Masonry Constructions*, Springer.
- [5] Šimić, V. (1995.) *Otpornost materijala II*, Školska knjiga, Zagreb.
- [6] Milić-Toljušić, D. (2021.) *Proračun zidanog polukružnog luka*, Završni rad, Rijeka.
- [7] Ochsendorf, J.A. (2002.) *Collapse of Masonry Structures*, doktorski rad, University of Cambridge.
- [8] <https://nastava.tvz.hr/gukov/pdf/5-luk.pdf> (datum pristupa: 7.6.2021.)
- [9] Gojković, M. (1989.) *Stari kameni mostovi: Anatomija, patologija, zaštita, sanacija, konzervacija*, Naučna knjiga, Beograd.
- [10] DeJong, J.M., De Lorenzis, L., Adams, S., Ochsendorf, J.A. (2008.) *Rocking Stability of Masonry Arches in Seismic Regions*, *Earthquake Spectra*, 24 (4), str. 847-865.
- [11] Arco – Analysis of Masonry Arches and Vaults. <https://gelfi.unibs.it/arco.htm> (datum pristupa: 28.4.2021.)
- [12] Archie-M, *Masonry Arch Analysis Software*. <http://www.obvis.com/archie-theory/> (datum pristupa: 28.4.2021.)
- [13] Aedes.SAV – *Sicurezza e analisi di volte e ponti in muratura*. <https://www.aedes.it/web/guest/sav> (datum pristupa: 26.5.2021.)
- [14] LimitState:RING – *Masonry Arch Bridge Analysis Software*. <https://www.limitstate.com/ring> (datum pristupa: 28.4.2021.)
- [15] HiStrA *Arches and Vaults*. https://www.eiseko.com/en/software/historical-structures-analysis_9/ (datum pristupa: 7.5.2021.)

