

EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE TLAČNE SILE MJERENJEM VLASTITE FREKVENCIJE ŠTAPA

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE AXIAL FORCE BY MEASURING THE EIGEN FREQUENCY OF A STRAIGHT BAR

Anton Babić*, Dragan Ribarić**

Sažetak

Na osnovi analitičke veze tlačne sile u štapu konstantnoga poprečnog presjeka i poznatih rubnih uvjeta s frekvencijom vlastitog titranja štapa, analizirana je mogućnost ekperimentalnog mjerenja dinamičkih parametara radi određivanja stvarne tlačne sile u štapu. Provedena mjerenja izvodila su se upotrebom akcelerometra i opreme za snimanje signala u laboratorijskim i terenskim uvjetima. Laboratorijska ispitivanja na etalonskim modelima potvrdila su mogućnost i prihvatljivu točnost u usporedbi s drugim načinom mjerenja. Međutim, ispitivanja na odabranim tlačnim elementima izvedenih konstrukcija nisu potvrdila točnost ostvarenu laboratorijskim mjerenjima. Mala odstupanja materijalnih i geometrijskih parametara te nejasni rubni uvjeti realnih konstrukcija doprinose nepouzdanosti izračunanih veličina sila, a takve imperfekcije nisu obuhvaćene analitičkim izrazima danima u teorijskom dijelu ovog prikaza, te ponuđenu metodu određivanja stvarne tlačne sile u štapovima čine nepouzdanom.

Ključne riječi: *vlastita frekvencija titranja štapa, uzdužna tlačna sila, dinamička mjerenja, rubni uvjeti, materijalni i geometrijski parametri štapa*

Abstract

Based on the analytical correlation between the axial force on the straight bar with a constant cross-section and known boundary conditions and the dynamic parameters of its eigen frequencies, we analysed the possibility of experimental measurements of

* Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci

E-mail: anton.babic2@gmail.com

** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci

E-mail: dragan.ribaric@uniri.hr

those parameters with the goal to relate them to the actual amount of axial force in the structural bar. Measurements were undertaken by means of the accelerometer and the associated equipment in laboratory and in real conditions. Laboratory tests on the etalon specimen confirmed the acceptable accuracy of the measurements compared with other means of measurement. Tests on the selected compressed members of the real structures did not confirm the accuracy realized in the laboratory. Small variations of material and geometric bar properties, together with uncertain boundary conditions of the real structural members influence the measurement accuracy and are not theoretically incorporated in the analytical expressions presented in this paper, making the proposed force determination method uncertain and not sufficiently reliable.

Key words: *eigen frequencies of bar vibrations, axial compression force, dynamic measurements, boundary conditions, material and geometry bar properties*

1. Motivacija i teorijske osnove

Ovaj je članak skraćeni prikaz diplomskog rada [1] studenta A. Babića* s temom o mogućnosti određivanja sile u tlačno opterećenom štapu mjerenjem njegove vlastite frekvencije titranja nakon impulsne pobude. Razmatrani su samo ravni štapovi, kao što su na primjer stupovi stvarnih konstrukcija, s više različitih uvjeta oslanjanja.

Ideja za ovaj rad proizišla je iz učinkovitosti iste metode mjerenja sile na vlačno opterećenim dugačkim štapovima i zategama. Metoda je uspješno provjerena na primjeru usporednih mjerenja vlačnih sila ovješene strukture krova bazena „Kantrida“ u Rijeci 2008. godine, gdje su se izduženja zatega kontrolno mjerila elektrootpornim tenzometrima, a sila izračunala iz izduženja i iz izmjerene vlastite frekvencije štapa zatega.

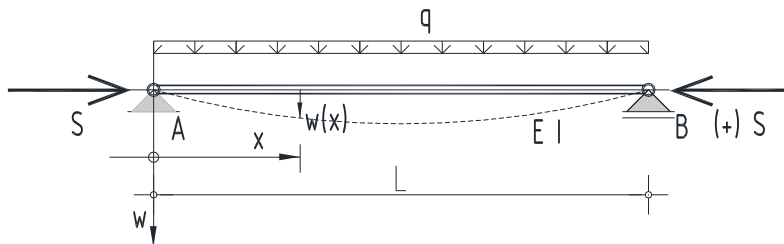
Ovaj se rad sastoji od teorijskoga, numeričkoga te eksperimentalnog dijela. Teorijski dio se oslanja na diferencijalne jednadžbe stabilnosti i dinamike konstrukcija, numerički dio na izračun dinamičkih parametara idealnih modela, a eksperimentalni dio na mjerenja u laboratoriju za konstrukcije i na terenska mjerenja na stupovima izvedenih konstrukcija.

Raspoloživa mjerna oprema laboratorija za konstrukcije Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci je omogućila ova mjerenja koja su u cijelosti nerazorna i ponovljiva, a ne zahtijevaju opsežnu pripremu.

1.1. Stabilnost štapa

Poznato je da ravni vitki štap opterećen poprečnim opterećenjem i značajnom tlačnom silom pokazuje nelinearno ponašanje (geometrijska nelinearnost) i da se zbog toga može naći u labilnoj ravnoteži, neovisno o istodobnome poprečnom opterećenju na njemu. Sila zbog koje štapni

element dostiže nestabilnost naziva se kritična sila. Kritična sila ovisi o rubnim uvjetima te o geometrijskim i materijalnim karakteristikama opterećenog štapa.



Slika 1. Model zglobno oslonjenog štapa opterećenoga tlačnom silom S i poprečnim podijeljenim opterećenjem q

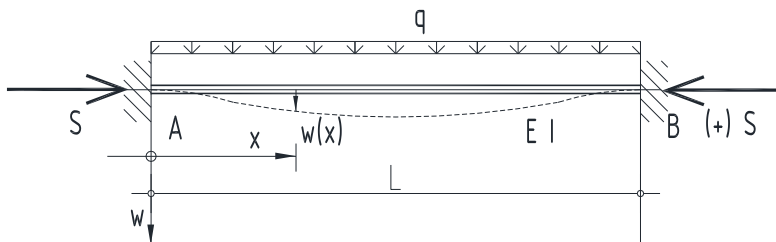
Za zglobno oslonjeni štap (Slika 1) djelujuća tlačna sila S može dosegnuti kritičnu veličinu (Eulerova kritična sila) [2] ako je

$$S = F_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}, \quad (1)$$

gdje je EI krutost presjeka na savijanje, a L duljina štapa. Poprečno jednoliko opterećenje štapa q može se dovesti u proporciju s vlastitom masom štapa.

Za obostrano upeti štap (Slika 2) kritična sila iznosi

$$S = F_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{(0,5 \cdot L)^2}. \quad (2)$$



Slika 2. Model obostrano upetog štapa opterećenoga tlačnom normalnom silom S i jednoliko raspodijeljenim poprečnim opterećenjem q

1.2. Dinamika štapa

Homogena diferencijalna jednadžba titranja takvoga ravnog štapa konstantnoga poprečnog presjeka, opterećenoga nepromjenjivom uzdužnom silom S dana je izrazom [3]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + S \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \rho \omega^2 w = 0, \quad (3)$$

pri čemu je $w = w(x)$ poprečni pomak štapa u presjeku x udaljenome od koordinatnog ishodišta, ρ je masa štapa po jedinici duljine, a ω kružna frekvencija titranja (ω_n kružna frekvencija titranja n -tog tona, a n cijeli redni broj).

Opće rješenje te jednadžbe mora zadovoljiti četiri homogena rubna uvjeta modela štapa iz kojih slijede i četiri uvjetne homogene jednadžbe. Za netrivialna rješenja, determinanta koeficijenata tih jednadžbi mora biti jednaka nuli. Iz toga homogenog uvjeta slijedi frekventna jednadžba koja ima beskonačno mnogo rješenja, a svaki je svaki pridružen jednome od oblika slobodnih titranja i jednoj vlastitoj frekvenciji.

Tako za slučaj obostrano zgloбно oslonjenog štapa sa Slike 1 vrijede rubni uvjeti:

$$w(0) = w'(0) = w(L) = w'(L) = 0, \quad (4)$$

jer su momenti savijanja proporcionalni drugim derivacijama deformacijske jednadžbe i na osloncima moraju biti jednaki nuli. Rješenje za kružne frekvencije titranja slobodno oslonjenog štapa, s prethodno definiranim simbolima jest [3]:

$$\omega_n^2 = \frac{n^4 \pi^4 EI}{L^4 \rho} \left(1 - \frac{S}{\frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}} \right) = \frac{n^4 \pi^4 EI}{L^4 \rho} \left(1 - \frac{S}{F_{n,kr}} \right). \quad (5)$$

Po jednakom postupku s drukčijim rubnim uvjetima, koji odgovaraju obostrano upetom štapu sa Slike 2, vrijedi:

$$w(0) = w'(0) = w(L) = w'(L) = 0, \quad (6)$$

iz čega slijedi rješenje homogenog uvjeta za taj tip oslanjanja te frekventna jednadžba obostrano upetog štapa [4]:

$$\omega^2 = \frac{S}{2L^2 \rho} \frac{\sinh \delta \cdot \sin \varepsilon}{(1 - \cosh \delta \cdot \cos \varepsilon)}, \quad (7)$$

gdje su

$$\delta = \sqrt{-\frac{\alpha^2}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} + \beta^4}} \quad \text{i} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{\alpha^2}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} + \beta^4}}, \quad (8)$$

dok su

$$\alpha^2 = \frac{SL^2}{EI} \quad \text{i} \quad \beta^4 = \frac{\rho \cdot \omega^2 L^4}{EI}. \quad (9)$$

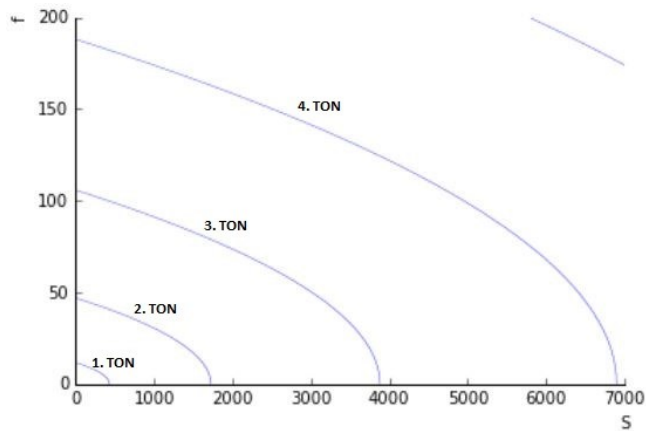
Rješenje tih jednadžbi nije eksplicitno jer se kružna frekvencija ω pojavljuje i na lijevoj strani i u veličini β na desnoj strani jednadžbe (7). Ipak, do rješenja koja odgovaraju nekome od vlastitih oblika titranja ω_n može se doći numeričkim postupkom. Bitno je napomenuti da se dobivena rješenja odnose na kružne frekvencije, dok se akcelerometrom mjeri frekvencija titranja u Hz (broj titraja u jednoj sekundi). Zbog toga će se izračunane kružne frekvencije izraziti kao frekvencije titranja s pomoću transformacije:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}. \quad (10)$$

2. Ovisnost sile i frekvencije

U izraze za kružnu frekvenciju ulaze materijalne (ρ , E) i geometrijske karakteristike elementa (I , L) te vrijednost sile (S) u štapu. Za određeni štapni model usvojiti će se da su promjenljivi parametri samo sila i o njoj ovisna frekvencija, dok su geometrijske i materijalne karakteristike poznate konstantne vrijednosti. Riješili smo jednu takvu frekventnu jednadžbu, na primjer jednadžbu (5) ili (7) za poznate gornje parametre, a prikazali je u formi grafa na Slici 3.

Iz grafa se vidi da frekvencija svakog oblika titranja opada porastom sile, a da brzina opadanja raste približavanjem kritičnoj sili svakoga vlastitog oblika titranja. Vidljivo je i da se pri dosezanju kritične sile bilo kojeg oblika titranja, frekvencija približava nultoj vrijednosti, što je dinamičko svojstvo nestabilnosti modela štapa.

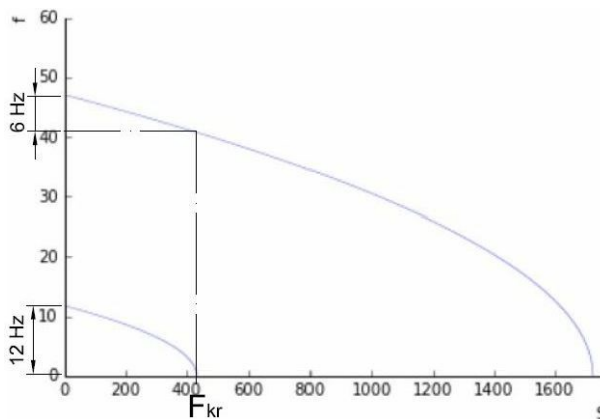


Slika 3. Ovisnost frekvencije (f u Hz) o sili u štapu (S u N)

Pri mjerenju titranja štapa opterećenoga tlačnom silom, spektralna analiza signala pokazuje određene „vrhove“ (eng. *peaks*) pri frekvencijama koje odgovaraju vlastitim frekvencijama titranja modela. Uobičajeno je da najveću amplitudu ima prvi vrh, koji odgovara vlastitoj frekvenciji prvog oblika, ali se sa sve nižim amplitudama mogu zapaziti i vrhovi viših oblika titranja.

2.1. Osjetljivost rješenja ovisna o vlastitom obliku titranja

Analizirajući grafove ovisnosti frekvencija o silama, uočljiva je razlika osjetljivosti očitavanja frekvencija nižih u odnosu na frekvencije viših oblika titranja koje su osjetljivije su na pogreške očitavanja mjerenja.

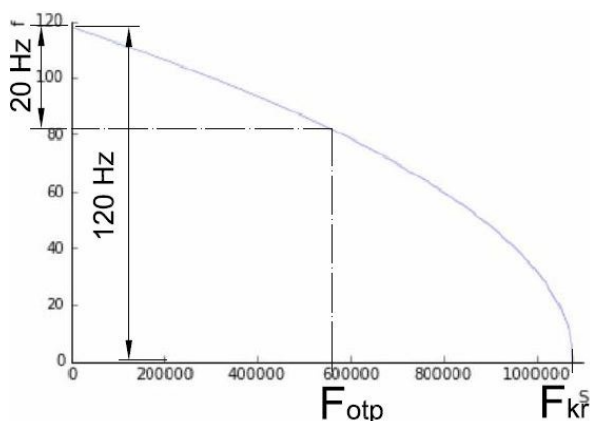


Slika 4. Osjetljivost mjerenja ovisna o vlastitom obliku titranja. Sila S je u N, a frekvencija f u Hz.

Na primjer, na grafu sa Slike 4 je uočljivo da se raspon frekvencija za područje od nulte do kritične sile prvog oblika titranja dvostruko smanjio u drugom obliku titranja.

2.2. Osjetljivost rješenja ovisno o vitkosti elementa

Kriterij nosivosti tlačno opterećenog štapa može biti ili otpornost njegova presjeka ili stabilnost štapa koja ovisi o vitkosti štapa. Za male vitkosti, tj. za zdepaste štapove se može dogoditi da je kritična sila veća od sile otpornosti presjeka.



Slika 5. Smanjenje frekvencije za sile S manje od sile nosivosti presjeka F_{otp}

Na Slici 5 je prikazan graf ovisnosti frekvencije o sili nekoga zdepastog elementa, te je jasno uočljivo da se ukupni raspon frekvencija od 120 Hz (između neopterećenog stanja do stanja s dostignutom kritičnom silom) u području realno ostvarivih sila smanjio na samo 40 Hz.

3. Eksperimentalna istraživanja

3.1. Oprema za ispitivanje

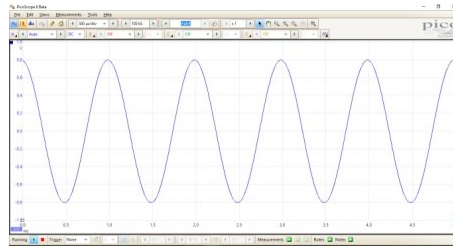
Ispitivanje se provodilo u laboratorijskim uvjetima i terenski, na građevinama s područja grada Rijeke. Laboratorijska je oprema ključna u provođenju praktičnog dijela ovog rada. Osim svih sekundarnih uređaja, također potrebnih za provedbu testiranja ove metode, najvažniji su ipak sljedeći primarni uređaji:

Akcelerometar je osnovni mjerni uređaj koji omogućuje pretvaranje inercijalnih sila u promjenu električnog napona, što je posljedica promjene električnih svojstava ugrađenog kristala zbog tih sila. Akcelerometar je

signalnim vodičem povezan na **pikoskop** čija je uloga pojačavanje signala. Pikoskop je USB kabelom povezan na računalo na koje je instaliran software naziva **PicoScope 6** koji analizira i grafički prikazuje signal.



Slika 6. Piezoelektrični akcelerometar i pikoskop

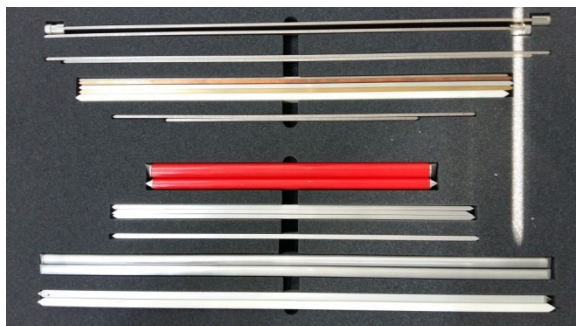


Slika 7. Mjerni signal na ekranu računala

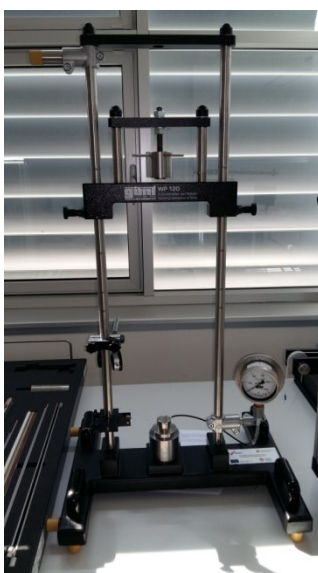
Za laboratorijske testove je upotrijebljena i dodatna laboratorijska oprema, neizostavna za ostvarivanje ulaznih pretpostavki koje su osnova teorijskog ishodišta metode.

Ispitni uzorci, sastavni dijelovi kompleta opreme uređaja za unošenje sile, bili su od čelika, bakra, aluminija, mesinga i plastike (Slika 8). Svi ispitni uzorci bili su dvoosno simetričnih presjeka s naglašenim manjim momentom tromosti i stoga velikom vitkosti oko slabije osi.

Uređaj za unošenje tlačne sile, s izvornom ulogom prikazivanja gubitka stabilnosti štapnog elementa uz postupno povećanje sile (Slika 9), bio je idealan za opisivanje potrebnih uvjeta. Uz analognu mjerenje sile dinamometrom, vezanim za pritisak u klipnu uređaja, kontroliranim povećanjem te sile su obavljena glavna testiranja teorijske metode.

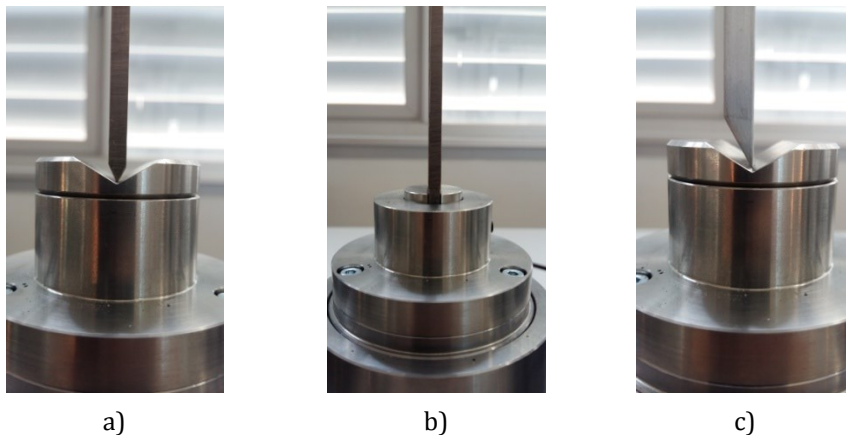


Slika 8. Mjereni uzorci iz laboratorija, različitih geometrija i vrsta materijala



Slika 9. Okvir za nanošenje tlačne sile na uzorak

Rubni uvjeti su ostvareni s pomoću gotovih oslonaca koji su također dio kompleta uređaja za unošenje sile. Tako se mogu modelirati zglobni oslonac, upeti oslonac te zglobni oslonac s ekscentričnim unosom sile (Slika 10).

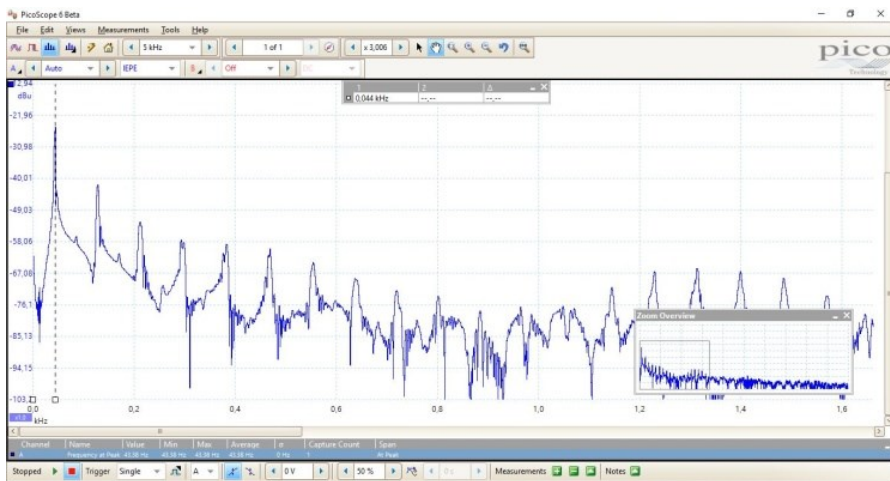


Slika 10. Rubni uvjeti oslanjanja uzorka: a) zglobni, b) upeti i c) ekscentrični

3.2. Rezultati laboratorijskih ispitivanja

Akcelerometar je voskom prilijepljen na polovini visine uzorka, i to po plohi šire stranice poprečnog presjeka kako bi mjerio titraje oko njegove slabije osi. Masa akcelerometra teoretski utječe na dobivene frekvencije, ali je dovoljno malena da se taj utjecaj može zanemariti. Taj utjecaj mogao bi se još umanjiti da se akcelerometar nalijepi bliže osloncu elementa. U pravilu bi dobiveni rezultat u vidu frekvencije bio jednak, međutim, na sredini elementa su amplitude titranja prvog tona veće, pa su i frekvencije spektra čitljivije. Posebno se pri toj poziciji ističe frekvencija prvog oblika titranja, što proizlazi iz oblika njegove valne forme.

Cilj ispitivanja jest izmjeriti vlastitu frekvenciju titranja uzorka pod opterećenjem kako bi se iz nje izračunala sila, a ona usporedila sa silom na dinamometru. A kako bi se mogla očitati frekvencija titranja, element je potrebno pobuditi. Pobuda je izazvana poprečnim impulsnim udarcem, na primjer laganim udarcem ispitnog uzorka, rukom.



Slika 11. Graf spektra frekvencija izmjenjenog signala nekog titranja

Rezultati za čelični zglobno oslonjeni uzorak dani su u Tablici 1. Uzorak je duljine $L = 600$ mm, pravokutnog presjeka 20×4 mm. Stoga je moment tromosti tog presjeka oko slabije osi $I = 106,7$ mm⁴. Za čelik je modul elastičnosti $E = 210000$ MPa ($= \text{N/mm}^2$), a masa je $\rho = 0,628$ kg/m' uzorka.

Kritična sila prvog oblika izvijanja ($n = 1$) za ovaj uzorak jest:

$$F_{kr,1} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot 2,10 \cdot 10^5 \cdot 106,7}{600^2} = 613,92 \text{ N} , \quad (11)$$

a kritična sila drugog oblika titranja ($n = 2$):

$$F_{kr,2} = 4 \cdot 613,92 = 2455,66 \text{ N} . \quad (12)$$

Vrijednosti izmjerenih frekvencija za odgovarajuće tlačne sile na uzorku usporedit će se s vrijednostima frekvencija proračunanim za te sile. Sve su izmjerene frekvencije vrijednosti prvog tona titranja.

Sila opterećenja štapa mjerila se dinamometrom na uređaju sa Slike 9. Izmjerena je frekvencija titranja pod tim opterećenjem i za nju izračunana sila iz izraza (5) (četvrti stupac Tablice 1), a odstupanja su dana u postotku (peti stupac Tablice 1).

Tablica 1. Rezultati za mjerni uzorak čeličnog štapa sa zglobnim osloncima

Sila opterećenja štapa, S [N]	Proračunska frekvencija za silu S , $f_{rač}$ [Hz]	Izmjerena frekvencija f_{izm} [Hz]	Proračunska sila za frekv. f_{izm} $S_{rač}$ [N]	Odstupanje sile $S_{rač}$ od sile S [%]
200	21,30	21,33	198,65	-1%
300	18,54	18,65	296,42	-1%
350	17,00	17,55	332,76	-5%
400	15,31	16,63	361,45	-10%
500	11,17	11,78	487,18	-3%
600	3,89	10,07	521,27	-13%

Rezultati za čelični obostrano upeti uzorak dani su u Tablici 2. Uzorak je, također, duljine $L = 600$ mm, pravokutnog presjeka 20×4 mm ($I_{min} = 106,7$ mm⁴). Za čelik je modul elastičnosti $E = 210000$ MPa (tj. N/mm²), a masa je $\rho = 0,628$ kg/m' uzorka.

Kritična sila prvog oblika izvijanja ($n = 1$) za taj uzorak jest:

$$F_{kr,1} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{(0,5 \cdot L)^2} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot 2,10 \cdot 10^5 \cdot 106,7}{(0,5 \cdot 600)^2} = 2455,66 \text{ N} , \quad (13)$$

Tablica 2. Rezultati za mjerni uzorak čeličnog štapa s upetim osloncima

Sila opterećenja štapa, S [N]	Proračunska frekvencija za silu S , $f_{rač}$ [Hz]	Izmjerena frekvencija f_{izm} [Hz]	Proračunska sila za frekv. f_{izm} $S_{rač}$ [N]	Odstupanje sile $S_{rač}$ od sile S [%]
400	45,18	41,40	677,21	+69%
800	39,60	37,29	949,39	+19%
1200	33,02	33,37	1180,72	-2%
1600	24,62	31,69	1271,53	-21%

Takva mjerenja provdena su i na drugim ispitnim uzorcima iz drugih materijala i s drukčijim uvjetima oslanjanja.

3.3 Rezultati terenskih ispitivanja

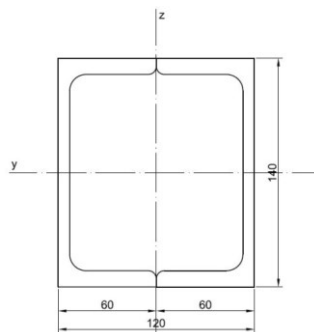
Terenska ispitivanja provodila su se na području grada Rijeke na objektima čiji su se konstrukcijski elementi ocijenili prikladnima za

testiranje ove metode. Na odabranom je elementu mjerenje provedeno oko obiju osi presjeka, te su dobivene dvije frekvencije za koje se neovisno izračunavala tlačna sila u elementu. Očekivano je da se iz obiju frekvencija i odgovarajućih momenata tromosti poprečnog presjeka tog smjera dobiju sile jednakih vrijednosti.

Svi terenski ispitani konstrukcijski elementi su čelični stupovi šupljega pravokutnoga poprečnog presjeka, a pretpostavljeni su obostrano upeti rubni uvjeti.

3.3.1 Primjer terenskog ispitivanja nadstrešnice KBC-a Sušak

Ispitan je stup nadstrešnice ispred ulaza u hitni trakt KBC-a Sušak. Stup je konstantnoga poprečnog presjeka složenoga od dvaju tipskih NPU 140 mm čeličnih profila u pravokutnu formu (Slika 12).



Slika 12. Stup nadstrešnice KBC-a Sušak (lijevo) i njegov presjek (desno)

Duljina stupa iznosi 308 cm, a kruto je vezan za betonski temelj na donjem, te za čeličnu krovnu konstrukciju na gornjem kraju, što je u skladu s pretpostavkom o obostrano upetom elementu.

Rezultati mjerenja frekvencija jesu ovi:

frekvencija u smjeru presjeka y: $f_y = 66,62 \text{ Hz}$,

frekvencija u smjeru presjeka z: $f_z = 55,38 \text{ Hz}$.

S obzirom na različite momente tromosti za svaku od osi presjeka, proračunana sila u stupu, ovisna o izmjerenoj frekvenciji, jest:

za frekvenciju u smjeru osi y: $S(f_y) = 3402,81 \text{ kN}$

i za frekvencije u smjeru osi z: $S(f_z) = 7748,75 \text{ kN}$.

Dobiveni rezultati nisu jednaki, a njihove su vrijednosti daleko veće od realnih vrijednosti sila. Realno, sila u stupu ne može biti veća od četvrtine težine cijele nadstrešnice, a ta je procijenjena na oko $S = 10,0 \text{ kN}$.

3.3.2 Primjer terenskog ispitivanja stupa Sportskog centra Mlaka

Drugo terensko ispitivanje provedeno je na čeličnom stupu sportskog centra na Mlaci. Stup nosi armiranobetonsku konstrukciju jedne etaže s ravnim krovom. Presjek je stupa složen od dvaju NPU 120 mm profila u pravokutni šuplji presjek. Slobodna je duljina stupa 298 cm, a zbog krute povezanosti s konstrukcijom i temeljem, stup se može smatrati obostrano upetim. Frekvencija titranja u oba glavna smjera otpornosti presjeka se mjerila uzimajući u obzir odgovarajuće momente tromosti presjeka. Procijenjena je sila u stupu reda veličine $S = 200,0 \text{ kN}$.

Rezultati mjerenja frekvencija jesu ovi:

frekvencija u smjeru presjeka y: $f_y = \text{nema mjerenja}$,

frekvencija u smjeru presjeka z: $f_z = 9,49 \text{ Hz}$,

a izračunana sila u stupu, u ovisnosti o izmjerenoj frekvenciji, jest:

za frekvenciju u smjeru osi z: $S(f_z) = 6732,05 \text{ kN}$.

Slična odstupanja i nerealne sile su proračunane i za druge stupove, uzorke terenskih mjerenja frekvencija.

4. Zaključak

U ovom je radu istražena pouzdanost određivanja tlačne sile u štapnim elementima iz izmjerene vlastite frekvencije titranja opterećenog štapa. Eksperimentalna su mjerenja na idealnim uzorcima s opremom u

laboratoriju to i potvrdila, jer su odstupanja vrijednosti izmjerenih sila za zglobno i upeto oslonjene uzorke u zadovoljavajućim granicama. Točnost očitavanja sile na dinamometru ima red veličine razlike tog očitavanja do sile izračunane iz izmjerene frekvencije (do 15%). Točnost i drugog mjerenja opada s porastom sile i približavanjem kritičnoj vrijednosti sile.

Međutim, pokazalo se i pri laboratorijskim mjerenjima da je ta metoda mjerenja osjetljiva na različite promjene geometrijskih i materijalnih parametara, a nepouzdanost metode je bila posebno izrazita pri terenskim ispitivanjima. Naime, stvarni štapovi (dijelovi postojećih konstrukcija) na kojima je provedeno ispitivanje su bili stupovi male vitkosti, za obostrano upete rubne uvjete se nije moglo utvrditi koliko pretpostavljena idealna upetost odstupa od izvedene, geometrijske i materijalne karakteristike su približno određene, a opterećivani su relativno malim tlačnim silama i do niske granice iskoristivosti presjeka.

Pokazalo se da metoda daje zadovoljavajuće točne rezultate samo za elemente koji su opterećeni čistom tlačnom silom, bez momenata savijanja koji mogu nastati u konstruktivnom sklopu s priključenim elementima, a takvi su vrlo rijetki na stvarnim konstrukcijama.

Na terenu izmjerene frekvencije upućuju na vrlo nerealne vrijednosti sila u elementima. Najvećom preprekom se pokazala definicija rubnih uvjeta jer je idealna upetost izvedenih konstrukcijskih elemenata rijetka, a djelomična upetost zato realnije definiran rubni uvjet. Idući je problem definiranje duljine izvijanja elementa u slučaju kad je oslonac elementa pod kutom. Također, izdvojiti lokalno titranje štapa može predstavljati problem u interpretaciji rezultata terenskih ispitivanja. Primjeri takvih nesigurnosti mogu se pronaći u npr. složenim laganim konstrukcijama gdje se izmjerena frekvencija može odnositi na globalno titranje konstrukcije (umjesto lokalnog titranja štapa), dok je za izmjerenu frekvencija npr. tankostijenih presjeka teško razlučiti posljedice vlastitog titranja stijenki od titranja štapa kao cjeline. Osim nabrojenog, ne treba zaboraviti ni nepovoljne učinke nesavršenosti kojima su uzroci proizvodnja ili montaža konstrukcijskih elemenata.

Stoga zaključujemo da metoda određivanja sile iz mjerenih frekvencija vlastitih titranja štapova nije pouzdana za realne konstrukcije na terenu.

Zahvala. *Ovaj je članak rezultat rada u okviru projekta Razvoj istraživačke infrastrukture na kampusu Sveučilišta u Rijeci (RC.2.2.06-0001), koji je sufinanciran iz Europskog fonda za regionalni razvoj (EFRR) i Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta RH.*

Literatura

- [1] Babić, A. 2016. *Eksperimentalno određivanje tlačne sile mjerenjem vlastite frekvencije štapa*. Diplomski rad. Građevinski fakultet u Rijeci.
- [2] Čaušević, M.; Bulić, M. 2013. *Stabilnost konstrukcija*. Golden marketing – Tehnička knjiga. Zagreb.
- [3] Andrejev, V. 1970. *Uvod u teoriju oscilacija i vibracija*. Sveučilište u Zagrebu. Građevinski fakultet. Zagreb.
- [4] Brčić, V. 1981. *Dinamika konstrukcija*. Građevinska knjiga. Beograd.